

STATE OF THE ART RAPPORT "VERKEERSSTROOMMODELLEN"

Deel IV. Macroscopische dynamische verkeersstroommodellen

R-77-42

Ir. H. Botma

Voorburg, november 1977

Stichting Wetenschappelijk Onderzoek Verkeersveiligheid SWOV

## INHOUD

### Samenvatting

### Symbolen

1.	<u>Inleiding</u>	1
2.	<u>Input-output model</u>	3
2.1.	Systeem met één in- en uitgangsvariabele	3
2.1.1.	Model	3
2.1.2.	Geldigheid	4
2.2.	Multivariabel systeem	6
2.3.	Toepassingen	7
3.	<u>Kinematische en schokgolven</u>	8
3.1.	Model	8
3.2.	Geldigheid	10
3.3.	Toepassingen	11
3.3.1.	Ontwerp verkeerslichtenregeling	11
3.3.2.	Automatische incidentdetectie	12
3.3.3.	Schatting reistijden	12
3.3.4.	Onderdeel uitgebreid model	13
4.	<u>Uitbreiding kinematische en schokgolven</u>	15
4.1.	Formele uitbreidingen	15
4.2.	Model van Payne	17
4.3.	Geldigheid	18
4.4.	Toepassingen	18
5.	<u>Strookwisselen</u>	20
5.1.	Theorie	20
5.1.1.	Inleiding	20
5.1.2.	Model strookwisselen van Gazis	20
5.1.3.	Model strookwisselen van Oliver	22
5.1.4.	Strookwisselen en longitudinale golven	23
5.2.	Geldigheid	26
5.3.	Toepassingen	27

6.	<u>Slotbeschouwing</u>	28
6.1.	Evaluatie van de modellen	28
6.2.	Relatie met kwaliteiten verkeer	29
6.3.	Conclusies	30

Afbeeldingen

Literatuur

## SAMENVATTING

In het vierde deel van het State of the art rapport "Verkeersstroommodellen" wordt het gedrag van macroscopische verkeersstroomkenmerken in dynamische situaties behandeld. De modellen worden in dit geval meestal geformuleerd als één, of een stelsel van, partiële differentiaalvergelijkingen.

Als eerste worden de zogenaamde input-outputmodellen behandeld. Hierbij worden verkeersstroomkenmerken bij de in- en uitgang van een te kiezen deel van het wegennet aan elkaar gerelateerd. Wat er tussen in- en uitgang gebeurt blijft daarbij in eerste instantie buiten beschouwing, het is een black-box model. Een belangrijke potentiële toepassing van dit type model is de automatische bewaking van de verkeersstroomtoestand als onderdeel van een verkeersbeheersingssysteem.

Als tweede worden de modellen behandeld die de voortplanting van een zekere verkeersstroomtoestand (kinematische golven) en die van een verandering daarin (schokgolven) in plaats en tijd beschrijven. Deze modellen zijn al in de vijftiger jaren opgesteld maar worden pas de laatste jaren wat meer toegepast. Zo maken ze een belangrijk onderdeel uit van een uitgebreider model dat de verkeersafwikkeling op een rijbaan van een autosnelweg met wisselende geometrie en verschillende toe- en afritten beschrijft.

Bezwaren tegen de "golfmodellen" hebben geleid tot formele uitbreidingen waarbij in model gebracht wordt dat bestuurders enerzijds anticiperen op de verkeersstroomtoestand voor hen en anderzijds pas na een zekere responsietijd reageren. Een meer praktische uitbreiding in deze richting heeft geleid tot een bruikbaar model voor de verkeersafwikkeling op de rijbaan van een autosnelweg met toe- en afritten. Het is ontwikkeld voor toepassing bij een verkeersbeheersingssysteem.

Voor het strookwisselen op een rijbaan voor eenrichtingsverkeer zijn een aantal modellen opgesteld die de strookwisselintensiteit relateren aan de dichtheden op de afzonderlijke rijstroken. Onderzoek hiervan heeft geleid tot de voorkeur voor een niet-lineaire afhankelijkheid van dichtheden en dichtheidsverschillen. Samen met modellen voor kinematische- en schokgolven kunnen de strookwisselmodellen in principe verkeerssituaties beschrijven die bijvoorbeeld optreden bij een toe- en afrit, bij een verandering van het aantal rijstroken en bij een blokkering. Toepassingen hiervan zijn nog niet bekend.

## SYMBOLLEN

a	constante
A	matrix
b	constante
c	golfsnelheid
C	diagonaalmatrix van golfsnelheden
d	constante
D	differentiaaloperator naar de tijd
e	grondtal natuurlijke logaritmen
F	functie
g	in- en uitgaande aantal voertuigen per tijd en per weglengte
k	dichtheid
K	vector van dichtheden
p	responsiecoëfficiënt
q	intensiteit
r	storing
t	tijd
T	responsietijd
u	gemiddelde snelheid
v	snelheid van golf
x	plaats en input
y	output
z	output met storing
$\alpha$	strookwisselconstante
$\beta$	"
$\lambda$	"
$\mu$	diffusie(anticipatie)coëfficiënt
$\nu$	parameter model Payne
$\tau$	looptijd

Partiële afgeleiden naar plaats en tijd worden aangeduid met respectievelijk  $x$  en  $t$  als index.

## 1. INLEIDING

In de voorgaande delen van het rapport Verkeersstroommodellen zijn behandeld de drie belangrijkste macroscopische verkeersstroomkenmerken op een ader, intensiteit, dichtheid en gemiddelde snelheid, en hun onderlinge relatie, het basisdiagram. Met name als de toestand stationair is, d.w.z. als functie van de tijd zijn de kenmerken constant, lijkt het basisdiagram van toepassing te zijn. Werkelijk verkeer zal, met zekere marge, stationair kunnen zijn, maar er ook duidelijk van kunnen afwijken en men kan zich afvragen hoe de globale gemiddelde verkeersstroomkenmerken zich dan gedragen en samenhangen. De relaties in dat geval zullen dynamisch genoemd worden, in tegenstelling tot het statische basisdiagram dat in evenwicht geldt.

Bij het opstellen van de dynamische modellen is het uitgangspunt vrijwel steeds dat intensiteit, dichtheid en gemiddelde snelheid opgevat kunnen worden als continue en differentieerbare functies van plaats en tijd. Deze veronderstelling is duidelijk in strijd met het discrete karakter van werkelijk verkeer, maar valt te verdedigen op grond van:

- de opvatting dat verschijnselen in een verkeersstroom zich laten beschrijven met stochastische processen, met als continue en differentieerbare parameters de verkeersstroomkenmerken;
- de uitgevoerde middeling over een aantal voertuigen (echter hoeveel is voldoende) waardoor de kenmerken een meer continue karakter krijgen;
- het succes van de continue benadering van discrete verschijnselen in andere wetenschappen, bv. de economie.

De toelaatbaarheid of bruikbaarheid van de veronderstelling zal echter moeten blijken uit de overeenstemming tussen resultaten van de modellen en de werkelijkheid.

Gegeven het veronderstelde continue karakter van de globale verkeersstroomkenmerken worden de modellen geformuleerd als differentiaalvergelijkingen, meestal partieel omdat zowel plaats als tijd een rol spelen. Het karakter van de oplossingen van deze differen-

tiaalvergelijkingen is vaak al bekend uit andere vakgebieden, met name vloeistof- en gasdynamica, waaraan ook vaak de inspiratie tot het gebruik van een bepaalde vergelijking is ontleend.



## 2. INPUT-OUTPUTMODEL

### 2.1. Systeem met één in- en uitgangsvariabele

#### 2.1.1. Model

Men kan een deel van een ader of een netwerk beschouwen als een systeem met in- en uitgangen en trachten na te gaan wat het verband is tussen verkeersstroomkenmerken aan de in- en uitgangen. Hierbij is het niet noodzakelijk dat een in- of uitgang van het model ook in werkelijkheid de plaats is waar de verkeersstroom het systeem binnen komt respectievelijk verlaat. Zo kan bijvoorbeeld een intensiteit die het systeem verlaat als ingangsvariabele beschouwd worden.

Als eerste zal een systeem met één in- en uitgangsvariabele beschouwd worden; zie Afbeelding 1. Het ingangssignaal  $x$  als functie van de tijd  $t$ , aan te duiden met  $x(t)$ , wordt door het systeem omgezet in  $y(t)$ . Indien het systeem een niet volmaakte afbeelding van de werkelijkheid is zal het werkelijke uitgangssignaal  $z(t)$  afwijken van  $y(t)$ . Dit wordt in model gebracht door een zogenaamde storing  $r(t)$  die bij  $y(t)$  wordt opgeteld; dus  $z(t) = y(t) + r(t)$ . Van belang is dat alleen  $x(t)$  en  $z(t)$  observeerbaar zijn.

Omtrent de werking van het systeem kan men allerlei veronderstellingen doen. Indien men niets weet van het proces dat  $x(t)$  in  $y(t)$  transformeert is het aan te bevelen zo eenvoudig mogelijk te beginnen en op grond van waarnemingen eventueel veranderingen aan te brengen. Een eenvoudige start bestaat uit de veronderstelling dat het systeem lineair is, dat wil zeggen dat het beschreven kan worden door een lineaire differentiaal- of differentievergelijking. Een algemene lineaire differentiaalvergelijking van de  $n^e$  orde wordt genoteerd als:

$$D^n y(t) + a_{n-1} D^{n-1} y(t) + \dots + a_1 D y(t) + a_0 y(t) = b_m D^m x(t) + \dots + b_1 D x(t) + b_0 x(t) \quad (1)$$

waarbij  $D^n y(t)$  de  $n^e$  afgeleide van de functie  $y(t)$  is en de  $a$ 's en  $b$ 's constanten zijn. Volledigheidshalve moet hier nog het zogenaamde  $0^e$  orde systeem met versterkingsfactor  $b$  en looptijd  $\tau$  aan toegevoegd worden:

$$y(t) = b x(t-\tau) \quad (1a)$$

Werkt men niet met een continue tijd maar met equidistante tijdstippen, dan is de volgende  $n^e$  orde differentievergelijking van toepassing:

$$\sum_{k=1}^n a_k y_{i-k} = \sum_{k=1}^m b_k x_{i-k} \quad (2)$$

waarbij  $x_i$  en  $y_i$  de waarde van  $x(t)$  en  $y(t)$  op het  $i^e$  tijdstip voorstellen.

Wil een systeem fysisch realiseerbaar zijn dan moet gelden dat  $m$  kleiner is dan  $n$ . De systeembeschrijving wordt geacht te gelden voor fluctuaties van de variabelen rond een evenwichtstoestand en zal in het algemeen slechts voor variaties van beperkte grootte gelden.

### 2.1.2. Geldigheid

Het model met één in- en uitgangsvariabele zou geschikt kunnen zijn voor de beschrijving van een verkeersstroom op een ader waarbij men de toestand van de verkeersstroom representeert door één kenmerk. Hiervan zijn twee voorbeelden bekend.

Doormann (1973) beschouwde het verkeer in één richting op een tweestrooks enkelbaansweg voor twee rijrichtingen. Gemeten werd de intensiteit in perioden van  $\frac{1}{2}$  min. op twee doorsneden op 1900 m afstand, gedurende een uur waarin ca. 450 voertuigen passeerden.

Drie varianten van het model zijn vergeleken met de metingen.

$$\text{Model 1. } z_i = b x_{i-k} + r_i \quad (3)$$

In dit geval zou  $b = 1$  moeten zijn omdat er geen voertuigen bijkomen

of afgaan.

Resultaat:  $b = 0,87$ ;  $k = 3$ , corresponderend met een voortplantings-snelheid van 76 km/h; verklaarde variantie 26%.

$$\text{Model 2. } z_i = \sum_{k=0}^m b_k x_{i-k} + r_i \quad (4)$$

Resultaat: met  $m = 7$  wordt de meeste variantie verklaard, nl. 52%. De bijbehorende pulsresponsie, die beschrijft hoe het intensiteitsverloop aan de uitgang is bij een pulsvormige ingangsiteit, duidt op voortplantingssnelheden van intensiteitsveranderingen van meer dan 200 km/uur. Dit is niet aannemelijk en ook in strijd met de in hoofdstuk 3 te behandelen theorie.

$$\text{Model 3. } z_i = \sum_{k=0}^m b_k x_{i-k} - \sum_{k=1}^m c_k z_{i-k} + r_i \quad (5)$$

Resultaat: voor  $m = 7$  blijkt dat met  $n = 7$  de meeste variantie verklaard wordt, nl. 63%. Een bezwaar is opnieuw de onrealistisch hoge voortplantingssnelheid en het feit dat  $m = n$ . Dit laatste betekent dat de overdrachtsfunctie voor harmonische signalen met toenemende frequentie niet naar nul nadert.

Mogelijke oorzaken voor de slechte resultaten zijn:

- de werkelijkheid is niet lineair, dit zal zeker gelden voor grote variaties in de intensiteit;
- de tijdstap van  $\frac{1}{2}$  minuut is te grof;
- het tegemoetkomend verkeer blijft buiten beschouwing (merkwaardig is dat de veronderstelling dat de tegenliggers geen effect zouden hebben niet genoemd, laat staan aannemelijk gemaakt wordt).

Mura (1976) heeft intensiteiten geanalyseerd die gemeten zijn op een vijftal doorsneden van een rijbaan van een autosnelweg. Het wegvak was 7 km lang, had een gedeelte met twee rijstroken waarop een maximum snelheid van 80 km/uur gold en een gedeelte met drie rijstroken zonder maximum snelheid. Bovendien kwamen stijgingen en dalingen tot aan 5,5% voor.

Uitsluitend het in het voorgaande genoemde model 2 is vergeleken met

de data. Een tijdstap van 5 en 15 seconden werd gebruikt. Met toenemende afstand tussen de doorsneden (0,7; 2,6; 3,3 km) daalde het percentage verklaarde variantie (resp. 50, 24, 16%).

Frappant is dat de pulsresponsie en evenzo de snelheidsverdeling op de doorsneden bij intensiteitsvariaties van 500 tot 2500 voertuigen per uur en rijbaan constant bleven. Dit betekent dat er in feite sprake is geweest van "vrij verkeer", waarbij de voertuigen elkaar niet merkbaar beïnvloeden. De verklaring hiervoor is dat er geen vrachtauto's in de verkeersstroom reden en dat op het tweestrooks gedeelte van de rijbaan de maximum snelheid het gedrag sterk beïnvloedde. Van belang is dat in het geval van vrij verkeer de pulsresponsie gelijk is aan de kansdichtheid van de reistijden.

## 2.2. Multivariabel systeem

Bij dit model bedraagt het aantal in- en/of uitgangsvariabelen meer dan één. Dit maakt de behandeling complexer maar in principe gaat het op dezelfde manier als bij een systeem met één in- en uitgangsvariabele.

Doormann (1973) heeft dit type model toegepast op een met verkeerslichten geregelde kruising. Hierbij kan men 8 intensiteiten onderscheiden, 4 naar het kruispunt toe gericht en 4 er vanaf. Een van de intensiteiten die vanaf het kruispunt kwam werd als enige uitgangsvariabele genomen. In het ene geval waren de 3 naar het kruispunt toe gerichte intensiteiten op de andere armen de ingangsvariabelen en in het andere geval alle intensiteiten op de overige armen (zie Afbeelding 2). Het model paste in beide gevallen vrij goed, de verklaarde variantie bedroeg omstreeks 80%.

Als tweede voorbeeld een denkbare uitbreiding van het input-outputmodel voor een ader. Men zou in het door Mura geanalyseerde geval (zie par. 2.1.2.), waarbij uitsluitend de rijbaanintensiteit werd beschouwd, dit uit kunnen breiden tot intensiteit en snelheid per rijstrook. Op deze manier zou het model bij een tweestrooks rijbaan vier in- en vier uitgangsvariabelen heb-

ben. Dit kan nog verder uitgebreid worden, bv. met de voertuig-samenstelling.

### 2.3. Toepassingen

#### - Automatische incidentdetectie.

Storingen in de verkeersstroom, veroorzaakt door bijvoorbeeld gestrande voertuigen, verloren lading en ongevallen, worden wel aangeduid met incidenten. Een van de methoden om incidenten te detecteren is het analyseren van permanent te meten verkeersstroomkenmerken op een aantal doorsneden, de zogenaamde automatische incidentdetectie, die staat tegenover onder meer detectie door surveillerende politie. De verstoring op een wegvak zal de relatie die bestaat tussen de verkeersstroomkenmerken aan weerszijden van de plaats van de verstoring veranderen. Voor detectie van de verandering is het nodig de relatie en de variaties daarin, in ongestoorde toestand, te kennen. Het input-outputmodel kan daarbij een hulpmiddel zijn.

#### - Bepalen van de reistijdverdeling.

Individuele reistijden over een wegvak van grote aantallen voertuigen zijn relatief moeilijk te verzamelen. Een gebruikelijke methode is het registreren van passagemomenten en een identificatie van voertuigen aan beide uiteinden van het wegvak. Dit is een kostbare methode, vooral voor wat betreft de uitwerking. Gebaseerd op het input-outputmodel lijkt een alternatieve methode mogelijk, waarbij men uitsluitend het intensiteitsverloop aan de uiteinden van het wegvak nodig heeft en de verdere verwerking direct met rekenmachines kan plaatsvinden. Daarbij geldt wel de belangrijke beperking dat er sprake moet zijn van vrij verkeer, waarbij de voertuigen elkaar nog niet beïnvloeden.

#### - Verkeerslichtenregeling.

Bij verkeersafhankelijke verkeerslichtenregelingen bestaat behoefte aan korte termijn voorspellingen. Met een input-outputmodel kan dit in principe gerealiseerd worden. Of deze aanpak succes heeft is echter nog niet bekend.

### 3. KINEMATISCHE EN SCHOKGOLVEN

#### 3.1. Model

Het verschijnsel dat veranderingen van dichtheden, intensiteiten en snelheden in een verkeersstroom zich voortplanten, met de stroom mee of er tegen in, heeft o.a. Lighthill en Whitham (1964) tot de volgende aanpak geïnspireerd. Beschouwd wordt een homogene ader met verkeer in een richting en verondersteld wordt dat geldt:

- behoudswet van voertuigen:  $q_x + k_t = 0$

met  $q$  = intensiteit,  $k$  = dichtheid,  $x$  = plaats,  $t$  = tijd,  $q_x$  = partiële afgeleide van  $q$  naar  $x$  en  $k_t$  van  $k$  naar  $t$ ;

- een basisdiagram  $q = q(k)$ .

Deze formulering van de behoudswet volgt direct uit de opvatting dat  $q$  en  $k$  continue en differentieerbare grootheden zijn, dat een basisdiagram geldt is een verder gaande veronderstelling.

Uit deze veronderstellingen volgt een partiële differentiaalvergelijking voor de dichtheid als functie van plaats en tijd,  $k(x,t)$ ; nl.

$$k_t + c k_x = 0 \text{ met } c = dq/dk \quad (6)$$

Deze differentiaalvergelijking staat bekend onder de naam 1-dimensionale golfvergelijking. Hij is van de 1e orde en heeft als algemene oplossing:

$$k(x,t) = F(x-ct) \text{ met } F = \text{willekeurige functie} \quad (7)$$

In feite zou men voor de intensiteit en gemiddelde snelheid precies dezelfde differentiaalvergelijking kunnen opstellen, het is echter gebruikelijk de dichtheid te nemen.

Uit het bovenstaande volgt dat:

- een toestand met een zekere dichtheid (en dus ook een zekere intensiteit en gemiddelde snelheid) zich voortplant met een snelheid  $c$  die gelijk is aan de helling van  $q(k)$ ;
- sprongen in de dichtheid zich voortplanten met een snelheid

gelijk aan  $(q_2 - q_1)/(k_2 - k_1)$  waarbij  $q_1, k_1$  de toestand vóór en  $q_2, k_2$  die na de sprong voorstelt (vóór = stroomafwaarts).

Voor de tweede gevolgtrekking is het bestaan van een basisdiagram niet noodzakelijk.

In het eerste geval spreekt men van kinematische golven, in het tweede van schokgolven. Het gebruik van het woord golven impliceert dus niet dat er sprake is van een golfverschijnsel in de zin dat de grootheden (enigszins regelmatige) slingeringen vertonen.

Voor een illustratie in het  $q-k$  en  $x-t$  vlak zie men Afbeelding 3. De toestand van punt A ( $q_1, k_1, u_1$ ) plant zich voort met snelheid  $v_1$ , dus met de stroom mee maar met een snelheid die niet groter is dan die van de stroom zelf ( $v_1 \leq u_1$ ). De toestand van punt B ( $q_2, k_2, u_2$ ) plant zich voort met snelheid  $v_2$  tegen de stroom in. Deze richting wordt negatief gerekend zodat in elk geval geldt  $v_2 < u_2$ , echter het is niet noodzakelijk dat  $|v_2| < u_2$ . Grenzen de toestanden A en B aan elkaar dan is er een schokgolf met snelheid  $\Delta q / \Delta k$ , dus gelijk aan de helling van de lijn AB. In het  $x-t$  vlak kan men de banen van de voertuigen, de kinematische golven en de schokgolf aangeven. In dit geval is de toestand van punt B benedenstrooms gedacht, en dus loopt de schokgolf tegen de stroom in.

Lighthill & Whitham (1964) gaan de consequenties van de theorie na in een aantal gevallen:

- . het effect van een tijdelijke intensiteitsvergroting op een ader;
- . het verschijnsel dat optreedt rond een flessehals als de intensiteit stroomopwaarts tijdelijk tot boven de capaciteit hiervan komt;
- . het effect van een serie verkeerslichten.

De beschouwingen zijn vrijwel uitsluitend van kwalitatieve aard en leveren niet onaannemelijke uitkomsten op. Voor details wordt verwezen naar de oorspronkelijke publicatie.

### 3.2. Geldigheid

Er is weinig onderzoek verricht naar de kwantitatieve geldigheid van de theorie over kinematische en schokgolven.

. Leutzbach & Bexelius (1966) hebben getracht het verloop van de dichtheid op een doorsnede te voorspellen uit dat op een andere op 300 m. afstand, zowel met de stroom mee als er tegen in. Het onderzoek is uitgevoerd op een autosnelweg met t.g.v. werkzaamheden slechts één rijstrook, dus in feite in een flessehals. De resultaten zijn niet overtuigend; dit wordt o.a. geweten aan de kleine schaal van het experiment (kleine steekproef en geringe afstand tussen de observatieplaatsen).

. Mika et al (1969) en uitvoeriger Lam et al (1970) hebben m.b.v. kruiscorrelatie de voortplantingssnelheid van snelheidsveranderingen op de middelste rijstrook van een 3-strooks-rijbaan van een autosnelweg bepaald. De gevonden snelheid van ca. 20 km/h tegen de stroom in wordt echter niet gerelateerd aan een theoretische voorspelling. Bij dit onderzoek blijkt tevens dat de gemiddelde snelheid rond de kritische dichtheid slingeren vertoont met een frequentie van 10 à 20 per uur; snelheidsverhogingen hebben daarbij een voortplantingssnelheid van ca. 27 km/h, dalingen van ca. 16 km/h. Een verklaring hiervoor is niet gevonden.

In het bovenstaande onderzoek werden de snelheden (gemiddelden over een minuut) verzameld met metingen op vier doorsneden. Onafhankelijk hiervan zijn op dezelfde weg de snelheden van twee geïnstrumenteerde voertuigen, die door ca. 10 tussenliggers gescheiden met de stroom meereden, geanalyseerd; zie Herman & Rothery (1968). Lam et al (1970) hebben aangetoond dat de voorkersfrequenties in beide gevallen vrij goed met elkaar overeenstemmen.

. Diverse onderzoekers, waaronder Foster (1962) en Seddon (1971), hebben de golventheorie getoetst bij het optrekken van een groep voertuigen na een stop voor een verkeerslicht (wordt wel aangeduid met platoon diffusie). Het blijkt dat de theorie hier niet of slechts ten dele tot juiste voorspellingen leidt wat te verwachten is omdat hier de snelheidsverandering niet in een



relatief korte tijd plaatsvindt, terwijl dat bij de golventheorie juist wel verondersteld wordt.

. Een indirecte toetsing van de golventheorie wordt uitgevoerd door Makigami et al (1970) bij onderzoek van een model dat het macroscopische verkeersverloop op een autosnelweg met toe- en afritten moet beschrijven. Hierbij is de golventheorie een van de deelmodellen, zodat uit de globale overeenstemming tussen totaal model en data geen duidelijke conclusies voor de onderdelen volgen. Onder toepassingen zal dit model uitvoeriger behandeld worden.

Samenvattend kan gesteld worden dat het toetsingsonderzoek te gering van omvang is voor een definitief oordeel over de golventheorie; wel kan de verwachting uitgesproken worden dat ze niet zo geschikt is voor verschijnselen op kleine schaal.

### 3.3. Toepassingen

#### 3.3.1. Ontwerp verkeerslichtenregeling

Preparata (1972) past de golventheorie toe op de verkeersstroom op een ader voor een richting met een aantal door verkeerslichten geregelde kruisingen. De lichten hebben een vaste cyclustijd, d.w.z. de periode tussen de start van opeenvolgende groenfasen is constant.

Aangenomen wordt dat er geen voertuigen afslaan of bijkomen en dat de uitgangssituatie homogeen en stationair is. Voor deze sterk geschematiseerde situatie levert kwantitatieve toepassing van de golventheorie een aantal algemene stellingen op die echter niet verrassend zijn, o.a. het tijdverlies neemt toe met de cyclustijd (vanaf een zeker minimum) en de coördinatie moet zo gekozen worden dat de platoons blijven bestaan, In hoeverre deze resultaten bruikbaar zijn bij het ontwerp van verkeerslichtenregelingen in meer realistische situaties is onbekend.

### 3.3.2. Automatische incidentdetectie

In par. 2.3. is bij de toepassingen van de input-outputmodellen reeds een omschrijving van automatische incidentdetectie gegeven. De verstoring in de verkeersstroom die bij een incident optreedt veroorzaakt veranderingen in de verkeersstroomkenmerken die zich in het algemeen stroomop- en afwaarts voortplanten. Na een zekere tijd bereiken de veranderingen een of meer meetdoorsneden en daar moet het optreden van het incident, en bij voorkeur ook de omvang, gedetecteerd worden. Ook het eind van het incident kan in principe op deze manier bepaald worden. De golventheorie is hierbij bruikbaar in de ontwerpfase van het systeem omdat het gebeuren er (kwalitatief) mee beschreven kan worden; zie bv. Cook (1972).

### 3.3.3. Schatting reistijden

Messer et al (1973) gebruiken de golventheorie kwantitatief bij het voorspellen van reistijden op een autosnelweg na dat er een incident is opgetreden. Een betrouwbare voorspelling is een noodzakelijke voorwaarde voor een verkeersafhankelijke routegeleidingssysteem dat op een vrijwillige medewerking van de bestuurders berust. Gegeven de plaats, start, omvang (mate van capaciteitsreductie) en duur van het incident kunnen met de golventheorie de individuele reistijden voorspeld worden. De methode is geëvalueerd, met behulp van met televisieapparatuur verzamelde data, waarbij bleek dat 2/3 van de schattingen een kleinere fout dan 10% had. Een verbetering hiervan lijkt nog mogelijk door gebruik van een meer realistisch basisdiagram. Voordat een dergelijk routegeleidingssysteem kan functioneren moeten nog diverse andere problemen opgelost worden, bv. de detectie van incidenten (plaats, start, omvang, duur), het effect van toe- en afritten op de reistijd en het schatten van de reistijd op de alternatieve route.

### 3.3.4. Onderdeel uitgebreid model

Bij een onderzoek naar operationele aspecten van een stadsautosnelwegennet ontstond de behoefte het effect van geïndiceerde maatregelen vooraf te schatten. Het bleek dat op bepaalde gedeelten de problemen dermate verweven waren dat dit met klassieke methoden niet mogelijk was. Als hulpmiddel is een model van de globale verkeersafwikkeling op een ca. 16 km lang gedeelte van een rijbaan van een autosnelweg met verschillende toe- en afritten ontwikkeld; zie Stock et al (1973) en Makigami et al (1970).

In het model van May\* zijn de volgende onderdelen te onderscheiden:

- . toerit; dosering en in rekening brengen van wachttijd
- . invoegen; dit veroorzaakt eventueel stroomopwaarts congestie op de hoofdrijbaan
- . weven; als de vraag groter is dan de capaciteit ontstaat congestie
- . hoofdrijbaan; de gemiddelde snelheid wordt uit de intensiteit en de toestand (al of niet congestie) afgeleid volgens een basisdiagram, de uitbreiding en afbraak van congestie verloopt geheel volgens de golventheorie.
- . uitvoegen; te veel uitvoegers veroorzaken congestie op de hoofdrijbaan.

Er wordt een tijdstap toegepast van 15 min. en de rijbaan wordt verdeeld in secties waarvan de grenzen samenvallen met toe- en afritten en andere geometrische markante punten als bv. een verandering van aantal rijstroken. Als input heeft het model nodig geometrische gegevens, capaciteiten, basisdiagram hoofdrijbaan, oorsprong en bestemmingstabel, toeritdoseringsprogramma. Als output komen totale reistijd (inclusief alle wachttijden) en totale afgelegde afstand ter beschikking plus allerlei details als omvang wachtrijen e.d. Bij calibratie van het model met data bleek o.a. dat het gebruikte basisdiagram uit de Highway

---

\*May is de leider van het project.

Capacity Manual niet voldeed. In totaal bevat het model nog wel onvolkomenheden, zo is er maar een beperkte interactie tussen de diverse genoemde onderdelen die sequentieel worden afgewerkt. Toch blijkt het al redelijk bruikbaar en wordt het toegepast bij een optimale keuze van een extra rijstrook en een doseringsstrategie; zie May (1973). Verder wordt het model uitgebreid tot dat van een corridor, d.w.z. dat ook stedelijke wegen met geregelde kruispunten er deel van gaan uitmaken.

Een tweede voorbeeld van het gebruik van de golventheorie in een uitgebreid model wordt besproken door Berger et al (1976). Dit model wordt gebruikt bij het ontwerp en later ook bij het bedrijf, van een verkeersafhankelijke alternatieve routeaanduiding.

#### 4. UITBREIDINGEN KINEMATISCHE EN SCHOKGOLVEN

##### 4.1. Formele uitbreidingen

Op de behandelde golventheorie is o.a. de volgende kritiek mogelijk:

- de theorie beschrijft instationaire verschijnselen maar berust op het bestaan van het basisdiagram dat slechts geldt als de verkeersstroom stationair is;
  - de snelheidswisseling die de voertuigen bij een schokgolf doorlopen is momentaan, dit is onmogelijk vanwege de oneindig grote versnellingen die daarvoor nodig zijn;
  - met een responsietijd van bestuurders en voertuigen samen wordt geen rekening gehouden;
  - met anticiperen van de bestuurders op de stroomafwaartse, en ten dele waarneembare, verkeersstroomtoestand wordt geen rekening gehouden;
  - instabiliteiten kunnen met het model niet beschreven worden.
- N.B. De schokgolf is geen instabiliteit maar een discontinuïteit van de verkeersstroom. Van het eerste is sprake als een kleine verstoring groeit tot een grotere. Het gevolg van een instabiliteit zou wel een schokgolf kunnen zijn.

Naar aanleiding van de bezwaren zijn een aantal uitbreidingen voorgesteld, in eerste instantie van formele aard; zie Leutzbach (1972).

##### Uitbreiding 1: anticipatie

In plaats van het basisdiagram  $q(k)$  wordt verondersteld dat geldt  $q=q(k, k_x)$ . Wat dit betekent is gemakkelijker interpreteerbaar als men in plaats van  $q$  de gem. snelheid  $u$  beschouwt. In de functie  $u=u(k, k_x)$  zou tot uiting kunnen komen dat de bestuurders hun snelheid niet alleen kiezen naar aanleiding van de lokale dichtheid  $k$  maar ook vooruit kijken en bv. hun snelheid verlagen als  $k_x$  toeneemt.

Samen met de behoudswet leidt de nieuwe veronderstelling tot de volgende partiële differentiaalvergelijking:

$$k_t + ck_x + \sqrt{u}k_{xx} = 0 \text{ met } c = dq/dk \text{ en } \sqrt{u} = dq/dk_x \quad (8)$$

Deze vergelijking staat bekend als de diffusievergelijking met diffusiecoëfficiënt  $\sqrt{u}$  (voor toepassing in het verkeer lijkt anticipatiecoëfficiënt passender) en laat zowel stabiele als instabiele oplossingen toe. De stabiliteitsconditie is  $\sqrt{u} \leq 0$  en dit correspondeert met een dalende  $\sqrt{u}$  bij een stijgende  $k_x$ . Met deze uitbreiding wordt tegemoet gekomen aan twee van de genoemde bezwaren.

### Uitbreiding 2: responsietijd

In plaats van het basisdiagram wordt verondersteld dat geldt  $q=q(k, k_t)$ . Dat men zodoende inderdaad de responsietijd in model brengt blijkt aldus: Beschouw  $k(t)$  als input voor de bestuurders en  $u(t)$  als output; stel dat in evenwicht  $u=u(k)$  en dynamisch  $u(t) = F\{k(t-T)\}$ ; met een eerste orde Taylor-benadering volgt uit het laatste  $u=u(k, k_t)$  en dit is equivalent met  $q=q(k, k_t)$ . Samen met de behoudswet leidt de nieuwe veronderstelling tot de volgende partiële differentiaalvergelijking:

$$k_t + ck_x + pk_{xt} = 0 \text{ met } c = dq/dk \text{ en } p = dq/dk_t \quad (9)$$

Deze vergelijking laat stabiele en instabiele oplossingen toe; de stabiliteitscondities is  $pc \gg 0$ . Bij een positieve responsietijd is  $p \gg 0$ , wat betekent dat voor  $c \ll 0$ , dus voor dichtheden groter dan de kritische de toestand instabiel is.

### Uitbreiding 3: anticipatie en responsietijd

Combinatie van beide uitbreidingen, dus met  $q=q(k, k_x, k_t)$ , leidt tot de partiële differentiaalvergelijking:

$$k_t + ck_x + \sqrt{u}k_{xx} + pk_{xt} = 0 \quad (10)$$

In dit geval is de stabiliteitsconditie  $pc \gg \sqrt{u}$ . Met deze laatste uitbreiding wordt dus aan drie van de genoemde bezwaren tegemoet gekomen. Of zo een realistische of althans bruikbare beschrijving van een verkeersstroom is verkregen is niet zonder meer duidelijk; juist omdat de vergelijkingen nogal inge-

wikkeld zijn. Onderzoek gericht op toetsing van deze uitgebreide golventheorie noch toepassingen ervan zijn bekend. Minder algemeen, maar wellicht beter bruikbaar, is de invoering van anticipatie en responsietijd in het model van Payne dat in het volgende aan de orde komt.

#### 4.2. Model van Payne

Het model, zie Payne (1971), is bedoeld voor een rijbaan van een autosnelweg met toe- en afritten. Dit maakt het nodig de behoudswet voor de voertuigen uit te breiden tot:

$$k_t + q_x = g(x, t) \quad (11)$$

met  $g(x, t)$  is de toeneming van het aantal voertuigen t.g.v. toe- en afritten, gerekend per tijd en per weglengte. Verder wordt verondersteld dat in homogene en stationaire toestand een basisdiagram,  $u = u_b(k)$ , geldt. Voor het dynamisch gedrag van de macroscopische verkeersstroomkenmerken wordt een differentiaalvergelijking voor de gemiddelde snelheid geponeerd, waarin responsietijd en anticipatie van de bestuurders zijn gemodelleerd. Responsietijd in de zin dat met een karakteristieke tijd  $T$  de gemiddelde snelheid exponentieel nadert tot de waarde die volgens het basisdiagram bij de locale dichtheid hoort; anticipatie doordat  $u$  toeneemt als  $k_x$  afneemt en omgekeerd.

$$\frac{du}{dt} = u_t + uu_x = \frac{-1}{T} \left[ u - u_b(k) - \frac{k_x}{2k} \frac{d}{dk} u_b(k) \right] \quad (12)$$

Deze differentiaalvergelijking is afgeleid uit het algemene car-following model van Gazis et al (1961), waarbij de versnelling van een voertuig bij het volgen van een voorligger ten tijde  $t + T$  een functie is van de eigen snelheid ten tijde  $t + T$  en de relatieve snelheid ten opzichte van, en de afstand tot, de voorligger ten tijde  $t$ . De volgmodellen zullen in Deel VIII uitvoeriger behandeld worden.

De vergelijkingen (11) en (12) aangevuld met  $q = ku$  vormen het

model. Oplossingen van vergelijking (12) zijn stabiel voor dichtheden waarvoor geldt:  $2Tk^2 (du/dk) > -1$ ; dit betekent dat vanaf een zekere dichtheid de toestand instabiel wordt.

Het model van Payne is onlangs uitgebreid door Cremer (1976), die de voertuigsamenstelling in rekening brengt en in de modelvergelijkingen personen- en vrachtauto's onderscheidt.

#### 4.3. Geldigheid

Bij toetsing en toepassing van het model van Payne zijn nog enige veranderingen aangebracht; zie Payne et al (1973). De term  $-\frac{1}{2} (du/dk)$  in vergelijking (12) is vervangen door een constante  $\checkmark$ , zodat volgt:

$$\frac{du}{dt} = u_t + uu_x = \frac{-1}{T} \left[ u - u_b(k) + \checkmark k_x/k \right] \quad (14)$$

Het model is onderzocht voor een ca. 7 km. lang gedeelte van een rijbaan van een autosnelweg met 9 toeritten en 7 afritten, gedurende een periode van 3 uur. Bij de discretisatie is de tijdstap 5 s genomen en de weg verdeeld in secties van ca. 500 m, waarbij de sectiegrenzen samenvallen met plaatsen van toe- en afritten. Gegeven zijn de beginvoorwaarden, dichtheid en gemiddelde snelheid, en de randvoorwaarden, d.w.z. in- en uitgaande intensiteiten. De door het model voorspelde dichtheid is vergeleken met de geobserveerde en blijkt daar redelijk mee overeen te komen; de congestie ontstaat en verdwijnt op ongeveer dezelfde manier. De parameterwaarden zijn  $T = 15$  s en  $\checkmark = 5$  mijl<sup>2</sup>/h. Deze zijn niet in overeenstemming met de betekenis die deze parameters bij de afleiding van het model hadden, nl. resp. de responsietijd van bestuurders in de car-following situatie (1 à 2 s) en  $-\frac{1}{2} (du/dk)$  (wordt 0,1 tot 0,6 mijl<sup>2</sup>/h bij de gebruikte  $u_b(k)$ ). Dit betekent dat de relatie tussen het model van Payne en het car-following model van Gazis, in tegenstelling tot wat bij de afleiding wordt beweerd, slechts zwak is.



#### 4.4. Toepassing

Dit model is ontwikkeld met het doel het te gebruiken als hulpmiddel bij het ontwerpen en bedienen van toeritdoseringssystemen. Het gaat hierbij om een stedelijke autosnelweg met veel toegen afritten die in de spitsperiode regelmatig overbelast dreigt te raken. Om dit te voorkomen wordt elke toerit dan gedoseerd volgens een starre regeling die aangepast is aan het gemiddelde dagelijkse verloop van de "vraag" en eventueel elk kwartier wordt veranderd. De strategie is er voor te zorgen dat de intensiteiten op de hoofdader vrijwel gelijk aan de capaciteit worden. Blijkbaar is voor het ontwerp van deze regeling geen dynamisch model van de verkeersstroom nodig. Anders wordt dit als men ook op storingen, die in de spitsperiode niet zeldzaam zijn, wil reageren met een aangepaste toeritregeling. Zowel bij het ontwerp als bij het bedrijf van een dergelijke regeling lijkt het dynamisch macroscopische model van Payne bruikbaar. Voor meer gegevens voor wat betreft de algemene aspecten wordt verwezen naar Payne et al (1973) en voor details van de regeling naar Isaksen & Payne (1973). Uit die publicaties blijkt dat men nog in het ontwerpstadium verkeert.

## 5. STROOKWISSELEN

### 5.1. Theorie

#### 5.1.1. Inleiding

Tot nu toe is steeds de rijbaan voor één richting als een geheel beschouwd, ook al bestaat hij uit verschillende rijstroken. Het blijkt echter dat het verkeer op verschillende rijstroken zich niet altijd gelijk gedraagt en dit is een reden de stroken apart te beschouwen en hun interactie te modelleren. Als eerste kenmerk van de interactie tussen de stroken komt in aanmerking het aantal voertuigen dat van strook wisselt, per tijd en per weglengte. Individueel gezien kan een bestuurder diverse redenen hebben om van strook te wisselen, bv. handhaven snelheid leidt tot inhaalmanoeuvre, de snelheid op een andere strook verschilt minder van de wenssnelheid, een andere strook is minder druk, het wegdek van een andere strook is beter, voorbereiding tot gebruik van een afrit. In de te behandelen modellen wordt slechts één verklarende factor opgenomen; het aantal strookwisselingen wordt in verband gebracht met de dichtheden op de rijstroken, bv. het verschil. Hierbij kunnen het aantal voertuigen dat van strook i naar strook j gaat en het aantal in de omgekeerde richting apart beschouwd worden, of de nettowaarde die het verschil van beide is. De strookwisselveronderstelling kan lineair of niet-lineair zijn en al of niet voorzien van een responsietijd. Verder kan de interactie met de kinematische en schokgolven beschouwd worden en maakt het verschil of men een al of niet homogene en/of stationaire situatie beschouwt.

#### 5.1.2. Model strookwisselen van Gazis

De strookwisselhypothese is in dit geval lineair en voorzien van een responsietijd. Gazis et al (1962) nemen aan dat bij een bepaalde rijbaandichtheid in evenwicht een bepaalde verdeling over de stroken hoort. Wijkt een strookdichtheid om een of andere reden van

de evenwichtswaarde af dan verdwijnt deze verstoring door middel van een strookwisselintensiteit die evenredig is met de afwijking en daar een responsietijd  $T$  op naaijlt. Bij 2 stroken met evenwichtsdichtheden  $k_{e,1}$  en  $k_{e,2}$  en momentane waarden  $k_1$  en  $k_2$  hoeft slechts één strook beschouwd te worden:

$$\frac{d}{dt} k_1(t) = - 2\lambda(k_1(t-T) - k_{e,1}) \quad (15)$$

Voor  $n$  stroken kan het model met behulp van vectoren en matrices geformuleerd worden als:

$$\frac{d}{dt} K(t) = - \lambda A (K(t-T) - K_e) \quad (16)$$

Hierin is  $K(t)$  de vector van de momentane waarden van de dichtheden en  $K_e$  de vector van de evenwichtswaarden. De matrix  $A$  ziet er als volgt uit:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & & & \\ & & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & & & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

De evenredigheidsfactor  $\lambda$  is onafhankelijk van de dichtheden; dit zou op kunnen gaan voor een bepaald evenwicht en betrekkelijk kleine afwijkingen. Afhankelijkheid van de plaats wordt niet beschouwd, m.a.w. de situatie is homogeen.

Van het model is alleen de stabiliteit onderzocht. Het blijkt dat voor een 2-strooksrijbaan geldt: a) als  $2\lambda T \ll 1/e$  dan demping zonder slingeren; b) als  $1/e < 2\lambda T < \pi/2$  dan demping met slingeren en c) als  $2\lambda T > \pi/2$  dan opslinging. Voor een rijbaan met meer dan 2 stroken wordt de stabiliteitseis strenger; voor 3 stroken gelden bovenstaande eisen met  $3\lambda T$  in plaats van  $2\lambda T$  en voor oneindig veel stroken wordt dit  $4\lambda T$ .

Voor zover bekend is de geldigheid van dit model niet met data onderzocht. De waarde ervan is gelegen in de mogelijke verklaring die het biedt voor het optreden van transversale golven, d.w.z. van oscillaties van de verdeling van de rijbaandichtheid over de stroken.

### 5.1.3. Model strookwisselen van Oliver

In dit geval is de strookwisselhypothese niet-lineair en niet voorzien van een responsietijd. Oliver (1965) beschouwt een 2-strooksrijbaan, zonder toe- of afritten, bij kleine dichtheid en met per strook een constante snelheid, in het stationaire geval. Verondersteld wordt dat de strookwisselintensiteit van strook 1 naar 2 evenredig is met het kwadraat van de dichtheid in strook 1 en met de "lege ruimte" op strook 2, gelijk aan stremmingsdichtheid minus de dichtheid; in formule:

$$q_{12}(x) = \alpha k_1^2(x) \left[ k_{2,s} - k_2(x) \right] \quad (17)$$

Voor de strookwisselintensiteit van strook 2 naar 1 geldt het overeenkomstige. Zodoende geldt voor strook 1 de volgende differentiaalvergelijking:

$$dq_1/dx = -q_{12} + q_{21} = -\alpha k_1^2 \left[ k_{2,s} - k_2 \right] + \beta k_2^2 \left[ k_{1,s} - k_1 \right] \quad (18)$$

met  $\alpha$  en  $\beta$  constanten

Met de veronderstelling dat de gem. snelheid per strook constant is kunnen de differentiaalvergelijking voor strook 1 en de overeenkomstige voor strook 2 omgewerkt worden tot 2 niet-lineaire differentiaalvergelijkingen voor  $q_1$  en  $q_2$  of  $k_1$  en  $k_2$ . Vanwege de niet-lineairiteit is algemene analyse van de vergelijkingen lastig, echter aangetoond kan worden dat er in het algemeen een evenwicht bestaat en dat dit zonder slingeren wordt bereikt, dus stabiliteit is verzekerd.

#### 5.1.4. Strookwisselen en longitudinale golven

Als men de theorie omtrent de kinematische en schokgolven (samen aangeduid met longitudinale golven) combineert met een strookwisseltheorie ontstaan mogelijkheden tot beschrijving van situaties als in- en uitvoegen, verandering aantal rijstroken, effect plotselinge rijstrookblokkering e.d.

Een aantal voorbeelden hiervan is gegeven door Munjal (1970) en Munjal & Pipes (1971), die een model gebruiken gebaseerd op de volgende veronderstellingen:

- behoud van voertuigen;
- voor elke rijstrook geldt een basisdiagram;
- de netto strookwisselintensiteit is evenredig met het dichtheidsverschil tussen de stroken (geen responsietijd);
- de afwijkingen van de evenwichtssituatie zijn zodanig dat de longitudinale golfsnelheid onafhankelijk van de dichtheid is en bovendien voor alle stroken gelijk.

Het laatste kan opgaan als de afwijkingen relatief klein zijn of in een gebied waar  $q(k)$  lineair is. Met behulp van vectoren en matrices is het model voor  $n$  stroken nu te formuleren als:

$$K_t + cK_x = - \lambda A(K - K_e) \quad (19)$$

De betekenis van de symbolen is als in vergelijking (16), aangevuld met de snelheid van de longitudinale golf  $c$ . Door  $c$  onafhankelijk van  $K$  te nemen wordt het stelsel partiële differentiaalvergelijkingen lineair en bestaat er een analytische oplossing. De consequenties van dit model zijn nagegaan in een aantal situaties.

##### Invoegen (Munjal & Pipes, 1971)

Het invoegend verkeer veroorzaakt een plotselinge vergroting van de dichtheid op de rechter rijstrook die geleidelijk weer zal afnemen door het strookwisselen. Aangenomen wordt dat voor de toerit de verdeling van de dichtheden over de stroken in evenwicht is, er zijn dus geen voertuigen die op de toerit anticipe-

ren door al stroomopwaarts de rechter strook te verlaten.

Het effect van een stapvormige input op strook 1, d.w.z.  $k_1(0,t)$  springt van 0 naar  $k_0$  ten tijde  $t = 0$ , voor een 2, 3 en 4 strooksrijbaan wordt geïllustreerd in Afbeelding 4. Hierbij wordt de stationaire toestand in beeld gebracht die optreedt voor  $t \gg x/c$ , voor kleinere waarden van de tijd is de toestand nog ongestoord.

Het valt op dat naarmate er meer stroken zijn het nieuwe evenwicht verder van de toerit bereikt wordt en dat bij 4 stroken de dichtheid op strook 2 niet monotoon naar de evenwichtswaarde nadert.

Behalve voor een stapvormige input kan men het effect van elke willekeurige input bepalen, bijvoorbeeld voor een harmonische  $k_1(0,t) = k_0 + \hat{k} \sin wt$  met  $\hat{k} < k_0$ , anders wordt de input tijdelijk negatief. Zie Afbeelding 5 voor het resultaat.

#### Uitvoegen (Munjal, 1970)

Het model is ook toegepast op de verkeersstroom boven- en benedenstrooms van een afrit. Het lijkt benedenstrooms wel van toepassing; de situatie is daar overeenkomstig het boven besproken invoegen, maar dan met input op de linkerstrook. Bovenstrooms roept toepassing van het model twijfels op omdat wisselen van strook met het doel daarna uit te voegen geen reactie is op een dichtheidsverschil. Gevolg is o.a. dat de strookwisselintensiteit van de uitvoegers op de linkerstrook maximaal is bij de afrit. Voor de formules die het verloop van de dichtheden weer-geven wordt verwezen naar Munjal (1970).

Opm. Zowel bij in- als uitvoegen wordt aangenomen dat de afwijkingen van het evenwicht relatief klein zijn en de invoeg- en uitvoegstrook relatief kort; het eerste maakt het mogelijk met een constante golfsnelheid te rekenen en het tweede dat de in- en uitvoegstroom door een stapfunctie wordt voorgesteld.

#### Blokkering rijstrook

Een plotselinge blokkering van een rijstrook van een n-strooksrijbaan zal in de geblokkeerde strook onmiddellijk stroomopwaarts tot een stremmingsdichtheid leiden en stroomafwaarts van de blokkering tot een dichtheid nul. In dit geval zullen de verstoringen niet meer klein verondersteld mogen worden en is het rekenen

met een constante  $c$  voor alle stroken niet juist. Munjal et al (1971) houden hier echter geen rekening mee en komen tot een resultaat (zie Afbeelding 6) waarbij de dichtheden in de vrije stroken ter plaatse van de blokkering gelijk zijn, wat niet realistisch lijkt.

Hetzelfde geval wordt beschouwd door Kahn & Mintz (1973), die echter model (19) uitbreiden tot:

$$K_t + CK_x + \lambda AK = 0 \tag{20}$$

met  $C$  is een diagonaalmatrix van de golfsnelheden  $c_1$  t/m  $c_n$  op de rijstroken, die nu kunnen verschillen. De afhankelijkheid van  $c$  van de dichtheid wordt eenvoudig gehouden door een basisdiagram te nemen dat uit twee rechte gedeelten bestaat, en voor alle rijstroken identiek is (zie Afbeelding 7).

Ondanks deze vereenvoudiging is het stelsel partiële differentiaalvergelijkingen alleen nog maar numeriek op te lossen. Voor de blokkering is de toestand homogeen en stationair en in alle stroken gelijk met een dichtheid kleiner dan de kritische dichtheid  $k_c$ .

Na de blokkering van rijstrook 1 loopt daarin een schokgolf stroomopwaarts met afnemende snelheid omdat er voertuigen uitwijken naar de naburige rijstroken. De schokgolf komt na zekere tijd tot stilstand maar blijft een discontinuïteit in dichtheid en gemiddelde snelheid. Vanaf deze plaats neemt in de overige stroken de dichtheid toe tot aan de blokkering, maar blijft beneden  $k_c$  door de keuze van de begindichtheid. Zie Afbeelding 8 voor het stationaire resultaat dat bereikt wordt na ca. 2 min. Het overgangsverschijnsel wordt geïllustreerd met Afbeelding 9 en laat zien dat in feite na 20 s de toestand al heel weinig meer van de stationaire verschilt. Deze korte tijd en het feit dat de schokgolf al op 30 m van de blokkering tot stilstand komt impliceert dat het in feite over zeer geringe aantallen voertuigen gaat (gemiddeld zijn er ca. 4 aanwezig tussen blokkering en discontinuïteit). Het is de vraag of nu de continue benadering van de verkeersstroomkenmerken nog geoorloofd is; bovendien lijkt de strookwisselhypothese

niet realistisch, de bestuurders zullen reageren op de waarneembare blokkering en niet op een dichtheidsverschil. In principe is het mogelijk met dit model meer complexe situaties te beschrijven, bv. met verschillende en meer reële basisdiagrammen per strook en met minder uniforme begintoestanden.

## 5.2. Geldigheid

De behandelde modellen die het aantal strookwisselingen relateren aan de rijstrookdichtheden zijn slechts in beperkte mate getoetst. Dit zal o.a. veroorzaakt zijn doordat het aantal strookwisselingen niet eenvoudig observeerbaar en bovendien relatief klein is.

Het model van Gazis, lineair met responsietijd, is niet getoetst.

De lineaire strookwisselhypothese zonder responsie en de niet-lineaire van Oliver zijn door Munjal & Hsu (1973) vergeleken. Tevens is een Markov-model van Worrall onderzocht dat vooralsnog puur beschrijvend is, d.w.z. geen relatie met de dichtheid of andere verkeersstroomkenmerken legt, zodat het hier buiten beschouwing blijft. De data zijn verzameld op een vlakke 3-strookrijbaan van een autosnelweg buiten de invloed van toe- of afritten met een luchtfotomethode. Tijdens de meting waren de globale verkeersstroomkenmerken homogeen en stationair; rijbaanintensiteit ca. 2800 vtg/h en gemiddelde snelheid ca. 90 km/h wat overeenkomt met afwikkelingsniveau B. De omvang van het onderzoek kan het beste aangegeven worden door het aantal strookwisselingen dat ca. 700 was.

Het blijkt dat het niet-lineaire model goed bij de data past, het lineaire niet. Hierbij moet wel opgemerkt worden dat het niet-lineaire model in dit geval 4 parameters heeft en het lineaire 3.

Dat het niet-lineaire model redelijk voldoet was al eerder geconcludeerd door Oliver (1965) en Oliver & Lam (1967), echter op weinig overtuigende wijze.



De lineaire strookwisselhypothese in combinatie met longitudinale golven is door Munjal et al (1971) getoetst bij een rijstrookvermindering, in het ene geval gecombineerd met een afrit en in het andere 200 m stroomafwaarts van een toerit. Hoewel geconcludeerd wordt dat model en data goed overeenstemmen blijkt dit niet overtuigend uit de gepresenteerde gegevens. De twijfel wordt versterkt door de in het voorgaande op meer overtuigende wijze aangetoond superioriteit van de niet-lineaire hypothese.

De voorlopige conclusie is dat de niet-lineaire strookwisselhypothese in evenwichtssituaties en bij kleine afwijkingen hiervan een geldig model is. Of dit ook voor grotere afwijkingen geldt is nog de vraag. In elk geval verdient het aanbeveling bij modellen die longitudinale golven en strookwisselen beschrijven, zoals in par. 5.1.4. behandeld, de niet-lineaire strookwisselhypothese te gebruiken. Het gevolg is wel dat er in het algemeen geen analytische oplossingen meer zullen bestaan.

### 5.3. Toepassingen

Van de modellen voor het aantal strookwisselingen al of niet in combinatie met longitudinale golven zijn nog geen toepassingen bekend; voorlopig kunnen ze, als ze de toetsing doorstaan, bijdragen tot de algemene kennis van verschijnselen in een verkeersstroom. Potentiële toepassingen zijn het opnemen in een uitgebreider model, bv. dat van Payne (1971), en gebruik bij ontwerp van automatische incidentdetectie, bv. de beschouwing van Kahn & Mintz (1973) over de herverdeling van de voertuigen over de rijbaan bij blokkering van een rijstrook.

## 6. SLOTBESCHOUWING

### 6.1. Evaluatie van de modellen

- De input-output modellen zijn te beschouwen als een eerste positing om te verkennen of deze algemene methodiek ook bij verkeersstromen bruikbaar is. Verder onderzoek in deze richting lijkt gewenst, waarbij de uitbreiding gezocht kan worden in een vollediger beschrijving van in- en output en/of het loslaten van de veronderstelling dat het systeem lineair is. Hierbij is integratie met bestaande verkeersstroomtheorie nodig. Als men met deze methode inderdaad tot betrouwbare korte termijn voorspellingen komt zijn potentiële toepassingsgebieden onder meer verkeersafhandelingsregeling met verkeerslichten en ontwerp/bedrijf van automatische incidentdetectie.

- De theorie van de kinematische en schokgolven is geschikt voor een kwalitatieve beschrijving van een aantal verschijnselen in een verkeersstroom en wordt in die vorm ruim toegepast. Tot voor kort is er weinig van deze theorie in kwantitatieve vorm gebruik gemaakt, wat ten dele veroorzaakt zal zijn door het ontbreken van voldoende kennis van de benodigde numerieke methoden in de verkeershoek. Het schaarse toetsingsonderzoek wijst er op dat kwantitatieve toepassing op kleine schaal, d.w.z. op processen waarbij relatief weinig voertuigen betrokken zijn en/of de tijd voor de snelheidsveranderingen niet klein is, t.o.v. de beschouwde tijd, niet tot juiste resultaten leidt. Toepassing op grote schaal, zoals in het uitgebreide model van May, schijnt wel tot bevredigende resultaten te leiden. In termen van het input-output model komt de voortplanting van de golven overeen met een 0<sup>e</sup> orde systeem met looptijd.

- Voor de uitbreiding van de theorie, waarbij de anticipatie en de responsie van de bestuurders gemodelleerd zijn, geldt nog sterker dat alleen met numerieke technieken de consequenties onderzocht kunnen worden.

Payne heeft met zijn variant aangetoond dat dit tot goede resul-

taten kan leiden, al zullen wellicht nog verbeteringen nodig zijn. Globaal beschouwd zijn de modellen van May en Payne geschikt voor ongeveer hetzelfde doel, nl. de beschrijving van de verkeersafwikkeling op macro-niveau op een rijbaan van een autosnelweg met toe- en afritten, zodat de vraag rijst welk model "beter" is.

- De modellen die de strookwisselintensiteit in beschouwing nemen zijn nog weinig onderzocht. Toch is het aantal strookwisselingen een niet te verwaarlozen aspect van een op macro-niveau beschouwde verkeersstroom. Of alleen de dichtheid de verklarende factor is lijkt de vraag. Verder onderzoek is nodig, m.n. beschouwing van grotere verstoringen, waarbij gebruik van de voorlopig beter gebleken niet-lineaire relatie tussen strookdichtheden en strookwisselintensiteit de voorkeur verdient. Ook hier is gebruik van numerieke methoden onvermijdelijk vanwege de niet-lineairiteit en de niet meer constante golfsnelheid. Indien deze modellen de toetsing doorstaan zullen ze nuttig kunnen zijn bij het ontwerp en eventueel bedrijf van automatische incidentdetectie en als onderdeel van een uitgebreid model.

#### Opmerkingen:

Behalve bij de input-output modellen is bij de andere modellen het bestaan van het basisdiagram noodzakelijk.

De modellen beschrijven vooral en worden tot nu toe uitsluitend toegepast bij éénrichtingsverkeer.

Bij het vergelijken van de diverse modellen met observaties wordt veelal geen duidelijk criterium gebruikt zoals bijvoorbeeld het percentage verklaarde variantie. Dit bemoeilijkt de beoordeling van de resultaten.

#### 6.2. Relatie met kwaliteiten verkeer

Zoals bij vrijwel elk model van de verkeersstroom is de relatie met de diverse kwaliteiten van het verkeer, zo ze al bestaat, nogal indirect. Men kan wel stellen dat de verzamelde kennis, in de vorm van mathematische modellen die verschijnselen in een verkeersstroom beschrijven, minstens potentieel bruikbaar en soms noodzakelijk is bij het treffen van bepaalde maatregelen ter ver-

betering van de kwaliteit. Ter illustratie: het veelvuldig optreden van schokgolven, vooral als ze tegen de stroom inlopen en een grote amplitude hebben, lijkt, zelfs zonder verificatie, niet bevorderlijk voor de verkeersveiligheid. De behandelde golventheorie beschrijft echter slechts enigszins het ontstaan en voornamelijk de voortplanting en eventuele amplitude verandering. Toch zal in veel gevallen dit een deel van de kennis zijn die men nodig heeft om maatregelen te treffen die of het ontstaan van schokgolven voorkomen of de afloop minder gevaarlijk maken. Andere voorbeelden zijn de uitgebreide modellen van May en Payne die bruikbaar zijn bij het ontwerp van maatregelen, zowel m.b.t. de geometrie (waar moet het eerst een extra rijstrook komen) als bij verkeersbeheersing (verdelen, doseren en regelen). In het laatste geval geldt wel dat primair de reistijd van de voertuigen het criterium is, waarop men maatregelen beoordeelt. De veronderstelling dat de verkeersveiligheid hierbij tevens gebaat is dient in elk geval onderzocht te worden.

### 6.3. Conclusies

↓ Er bestaat een vrij beperkt aantal modellen die de dynamische relatie tussen verkeersstroomkenmerken op macroscopisch niveau beschrijven.

- De toetsing van deze modellen is tot nu toe te summier geweest.

- Een versnelling in de ontwikkeling op dit gebied is begonnen, enerzijds door de behoefte aan meer beheersing van het verkeer, anderzijds mogelijk door de ontwikkeling van meet- en verwerkingsapparatuur.

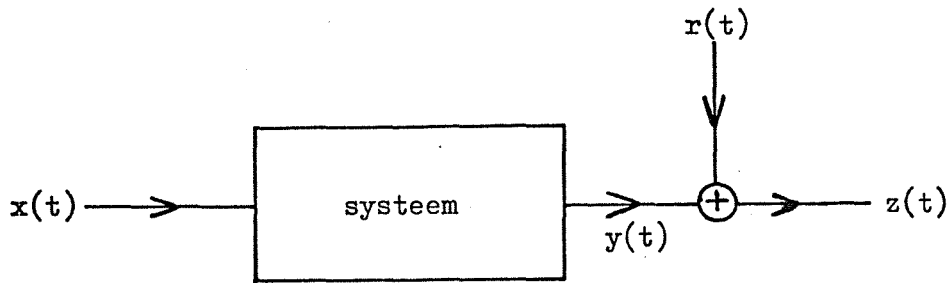
- De modellen zijn vooral bruikbaar bij ontwerp en bedrijf van verkeersbeheersingssystemen, zowel bij verdelen, doseren als regelen en bij onderdelen hiervan als automatische incidentdetectie, echter ook bij sommige maatregelen die de geometrie van de weg betreffen.

- Gezien de hoge belasting van een deel van het auto(snel)wegenet, de terughoudendheid bij de aanleg van nieuwe wegen en de mogelijkheden tot verkeersbeheersing lijkt de kennis van macro-dynamische verkeersstroommodellen ook voor Nederland van belang.

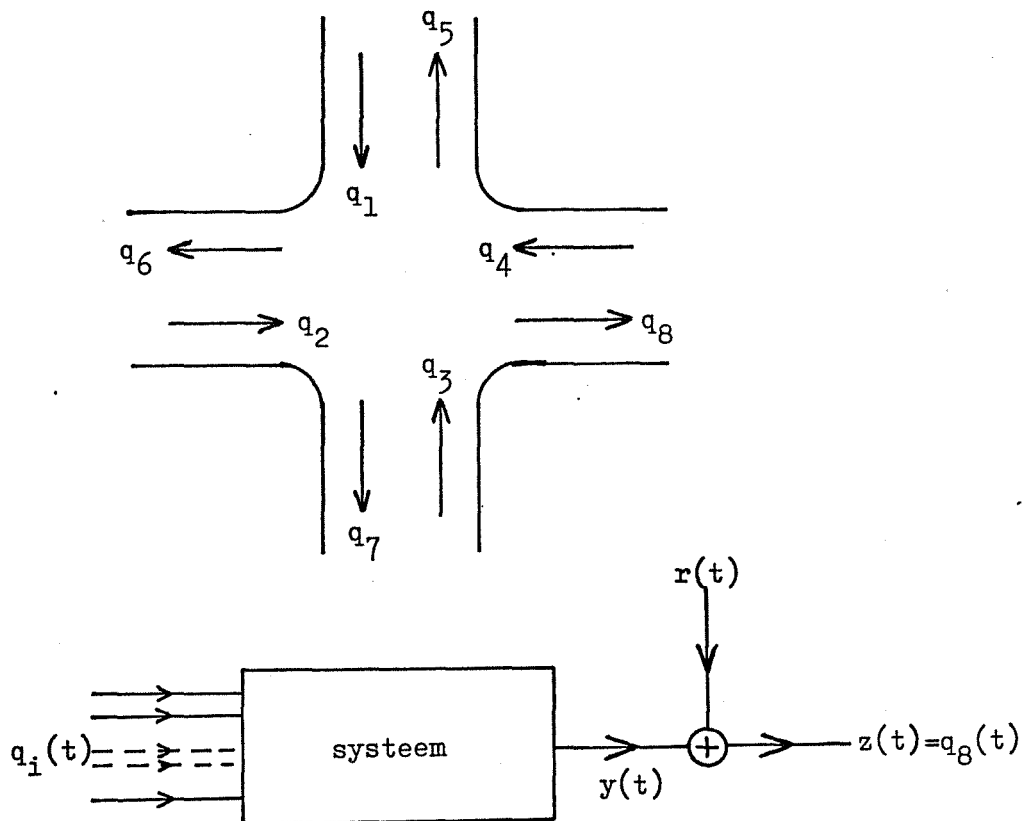
## AFBEELDINGEN

### Nr. Bijschrift

- 1 Input-outputmodel met één in- en uitgangsvariabele.
- 2 Multivariabel input-outputmodel toegepast op kruising.
- 3 Kinematische en schokgolven in het q-k en x-t vlak.
- 4 Verdeling van de dichtheidsverstoring over de rijstroken als functie van de plaats op een 2, 3 en 4-strooksrijbaan ten gevolge van een stapvormige toeritintensiteit. Bron: Munjal & Pipes (1971).
- 5 Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats op een 3-strooksrijbaan ten gevolge van een harmonisch toeritintensiteit. Bron: Munjal & Pipes (1971).
- 6 Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats, bovenstrooms van de blokkering, na het uitsterven van het inschakelverschijnsel, volgens het model van Munjal. Bron: Munjal et al (1971).
- 7 Basisdiagram bij het model van Kahn dat het effect van de blokkering van een rijstrook beschrijft. Bron: Kahn & Mintz (1973).
- 8 Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats, bovenstrooms van de blokkering, na het uitsterven van het inschakelverschijnsel, volgens het model van Kahn. Bron: Kahn & Mintz (1973).
- 9 Rijstrookdichtheden ter plaatse van de blokkering als functie van de tijd volgens het model van Kahn. Bron: Kahn & Mintz (1973).



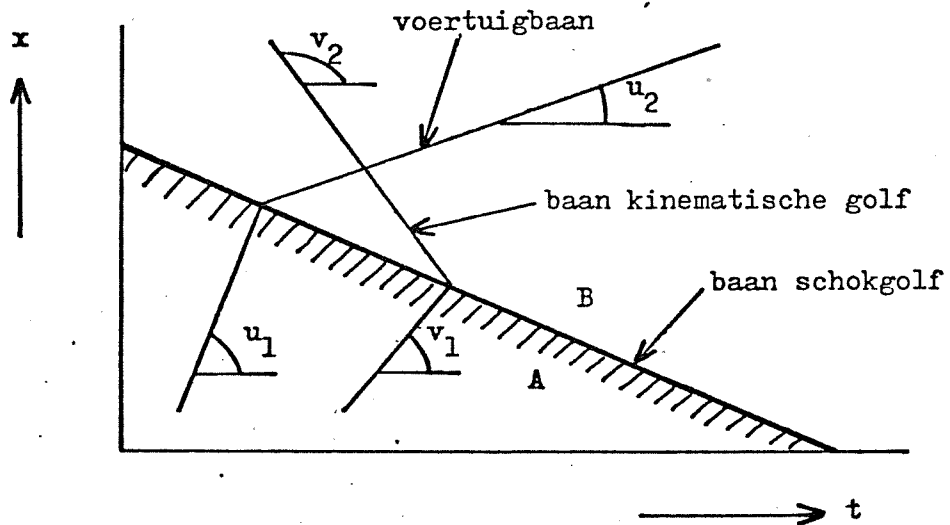
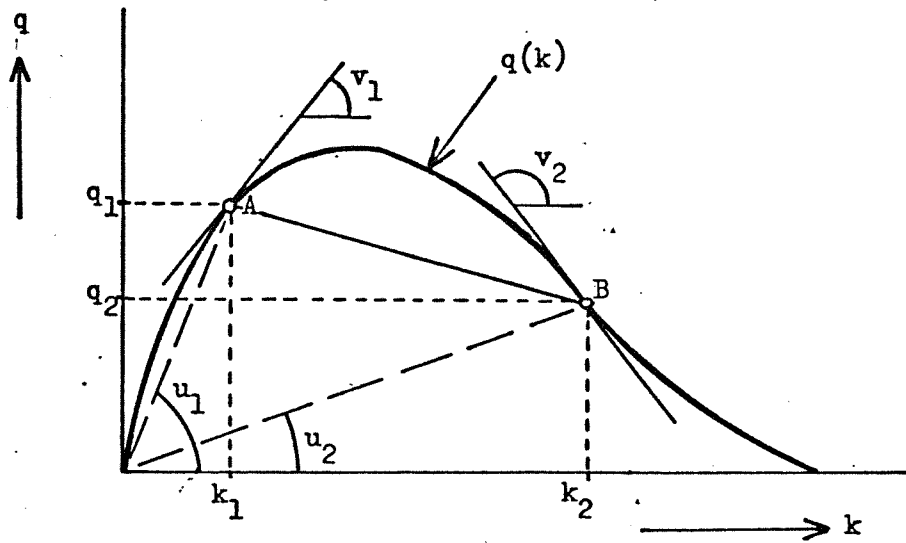
Afbeelding 1. Input-outputmodel met één in- en uitgangsvariabele.



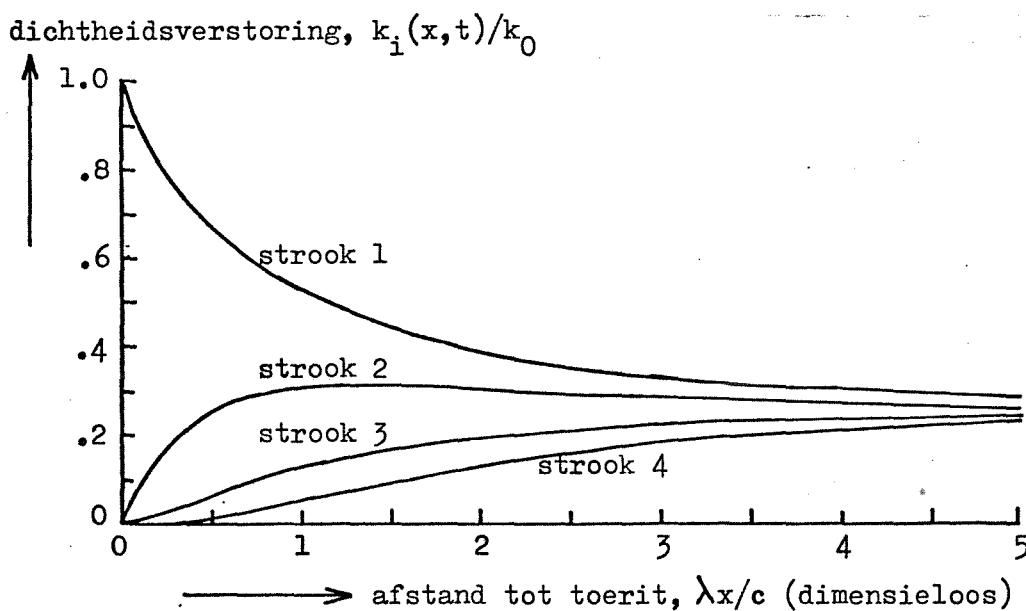
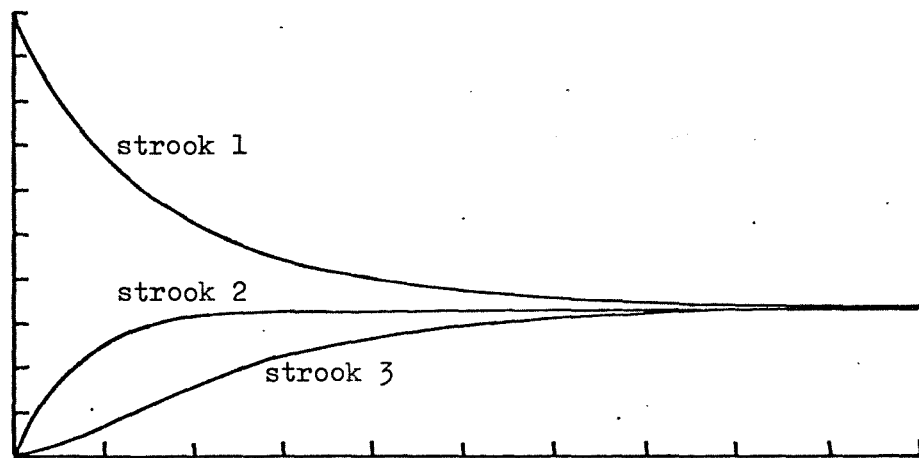
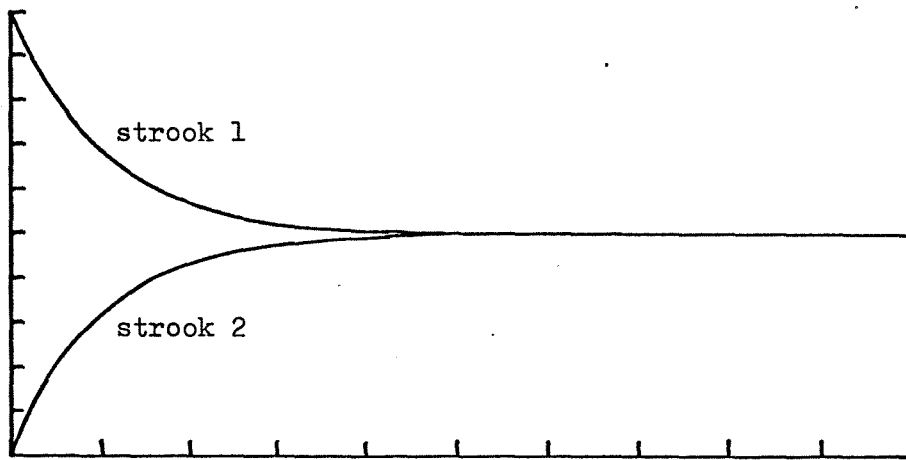
Geval 1: ingangsvariabelen  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$  en  $q_3(t)$

Geval 2: ingangsvariabelen  $q_1(t)$  t/m  $q_7(t)$

Afbeelding 2. Multivariabel input-outputmodel toegepast op kruising.



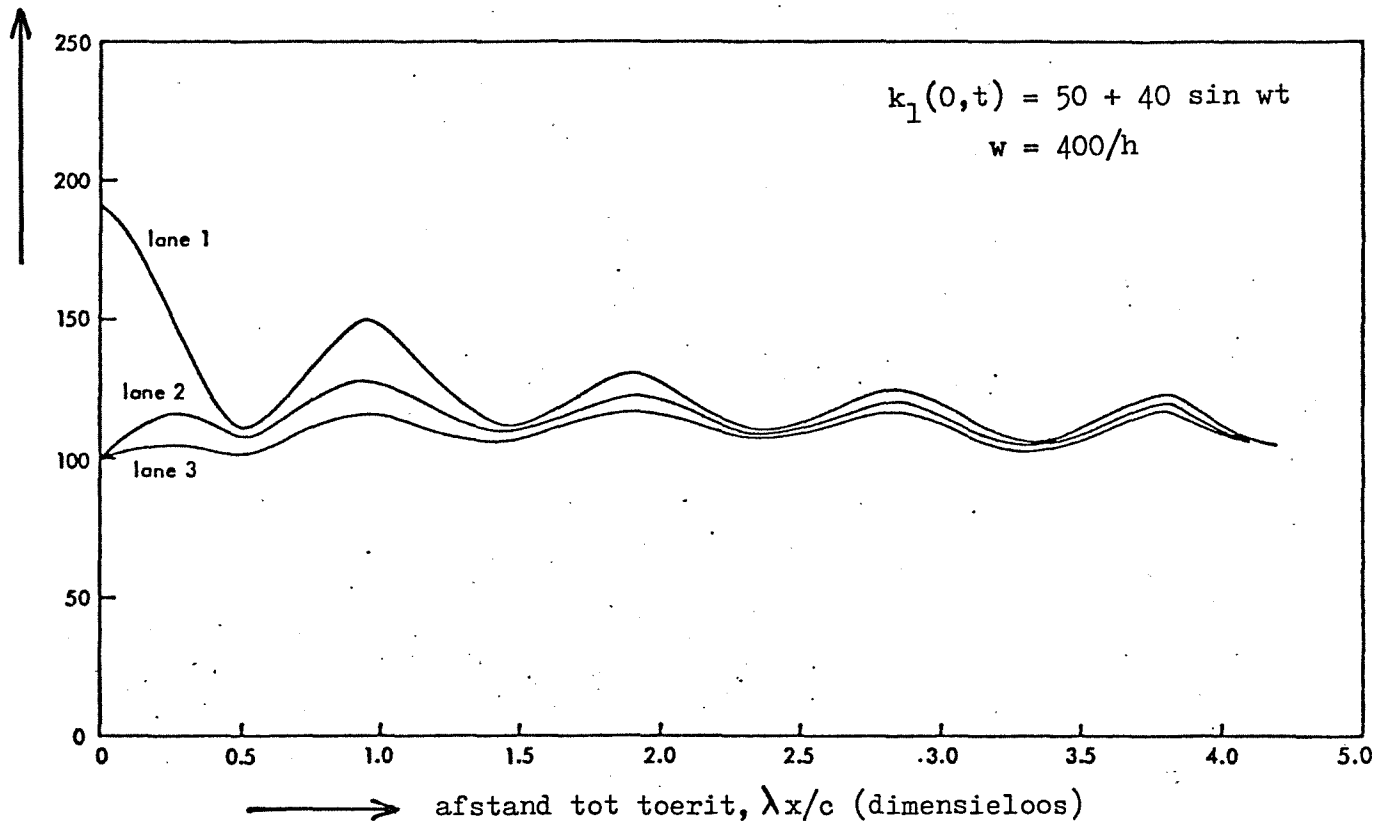
Afbeelding 3. Kinematische en schokgolven in het  $q$ - $k$  en  $x$ - $t$  vlak.



Afbeelding 4. Verdeling van de dichtheidsverstoring over de rijstroken als functie van de plaats op een 2, 3 en 4-strooksrijbaan ten gevolge van een stationaire toeritintensiteit. Bron: Munjal & Pipes(1971).

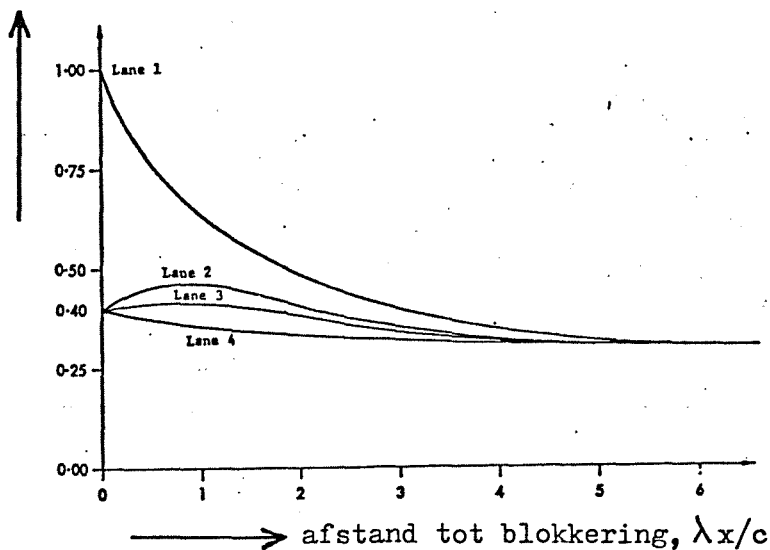


strookdichtheid,  $k_i(x,t)$  ten tijde  $t = 0,24$  h

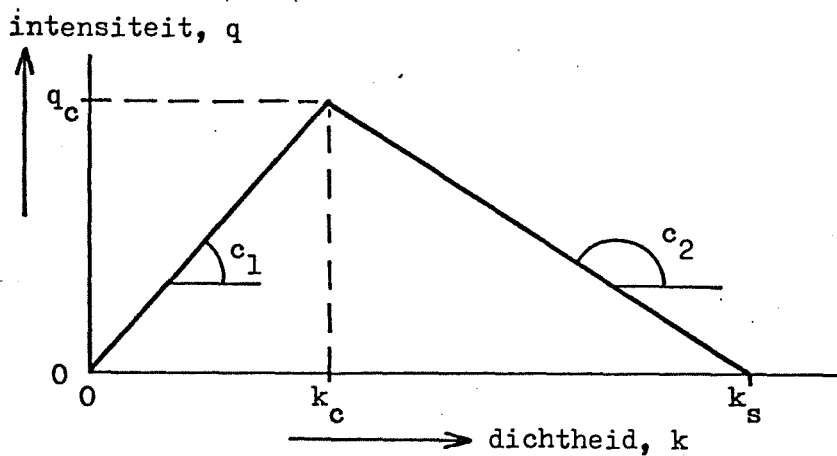


Afbeelding 5. Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats op een 3-strooksrijbaan ten gevolge van een harmonische toeritintensiteit. Bron: Munjal & Pipes(1971).

strookdichtheid/stremmingsdichtheid

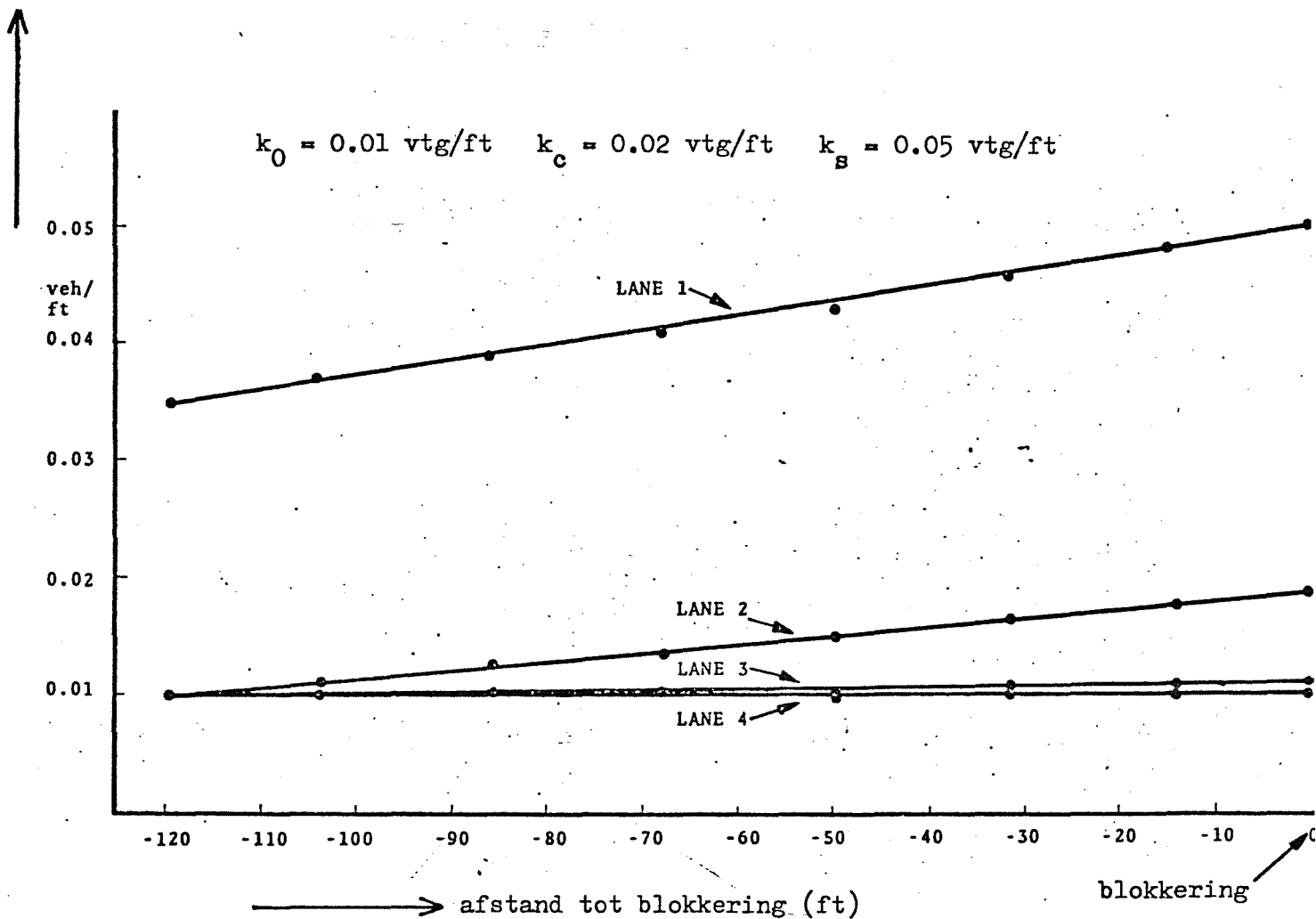


Afbeelding 6. Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats, bovenstrooms van de blokkering, na het uitsterven van het inschakelverschijnsel, volgens het model van Munjal. Bron: Munjal et al(1971).



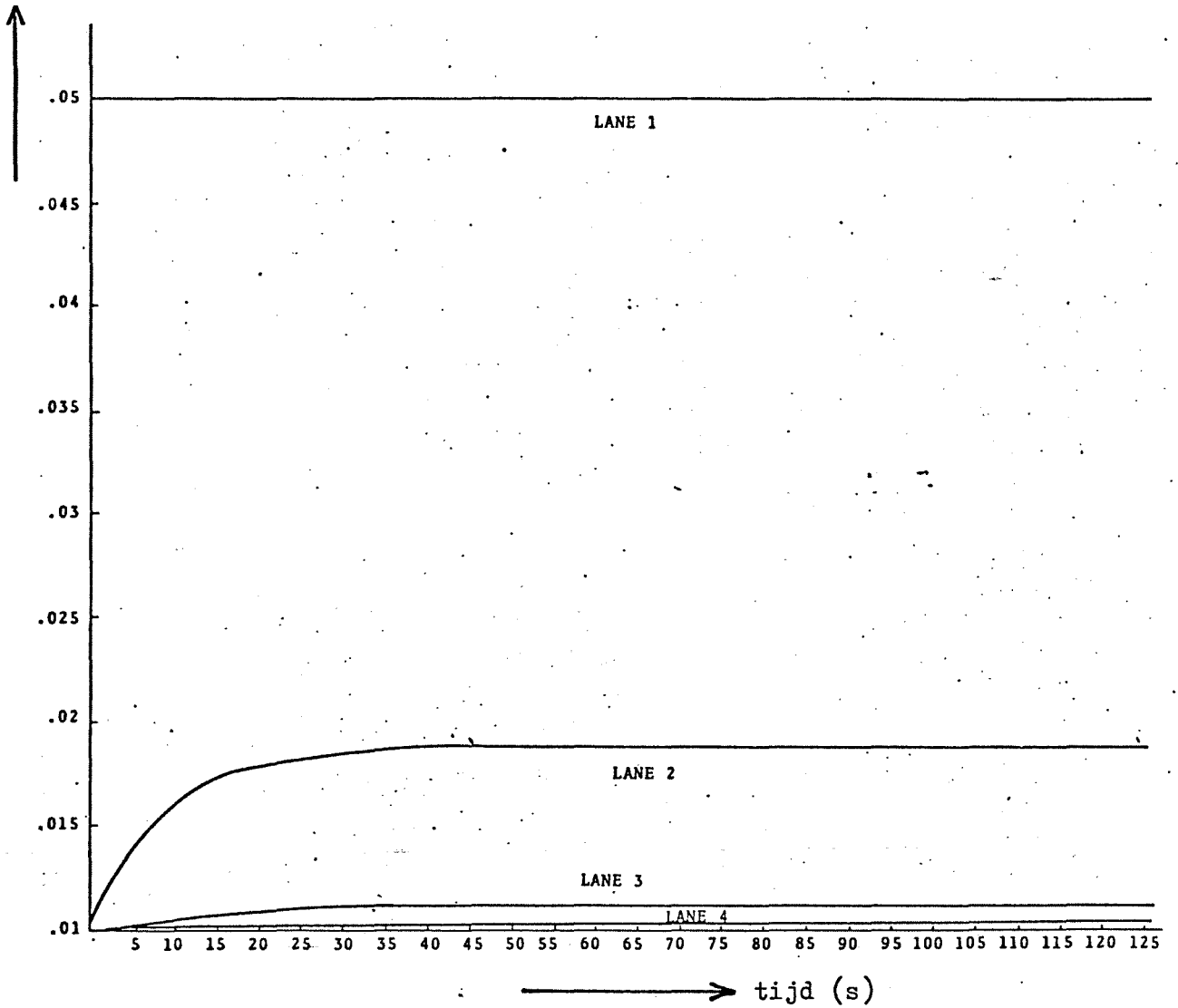
Afbeelding 7. Basisdiagram bij het model van Kahn dat het effect van de blokkering van een rijstrook beschrijft. Bron: Kahn & Mintz (1973).

Strookdichtheid (vtg/ft)



Afbeelding 8. Verdeling van de rijbaandichtheid over de rijstroken als functie van de plaats, bovenstrooms van de blokkering, na het uitsterven van het inschakelverschijnsel, volgens het model van Kahn. Bron: Kahn & Mintz (1973).

strookdichtheid (vtg/ft)



Afbeelding 9. Rijstrookdichtheden ter plaatse van de blokkering als functie van de tijd volgens het model van Kahn. Bron: Kahn & Mintz (1973).

## LITERATUUR

Berger, C.R., Gordon, R.L., Young, P.E. Single point diversion of freeway traffic. Paper Transportation Research Board meeting, Washington, January 1976.

Cook, A.R. The detection of capacity-reducing incidents on an urban freeway using traffic stream measurement. Dissertation University of Michigan, Ann Arbor, 1972.

Cremer, M. Modellbildung und Messwertaufbereitung für den Verkehrsablauf auf Schnellstrassen. Strassenverkehrstechnik 20 (1976) 3: 86-92.

Doormann, J. Dynamische Modelle in der Strassenverkehrstechnik. Technische Universität, Braunschweig, 1973.

Foster, J. An investigation of the hydrodynamic model for traffic flow with particular reference to the effect of various speed density relationships. In: Proc. I. Conference Australian Road Research Board 1 (1962): 229-257.

Gazis, D.C., Herman, R., Rothery, R.W. Non-linear follow-the-leader models of traffic flow. Operations Research 9 (1961) 4 (July - Aug.): 545-567.

Gazis, D.C., Herman, R., Weiss, G.H. Density oscillations between lanes of multilane highway. Operations Research 10 (1962) 5 (Sept. - Oct.): 658-667.

Herman, R. & Rothery, R. Frequency and amplitude dependence of disturbances in a traffic stream. In: Leutzbach, W. & Baron, P. (ed) Beiträge zur Theorie des Verkehrsflusses. Strassenbau und Strassenverkehrstechnik 86. Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1968.

Isaksen, L. & Payne, H.J. Suboptimal control of linear system by augmentation with application to freeway traffic regulation. IEEE Trans. on automatic control, 18, (1973) 3 (June): 210-219.

Kahn, D. & Mintz, R. Freeway traffic flow following a lane blockage. Department of transportation, Cambridge (Mass.), 1973.

Lam, T. & Rothery, R. The spectral analysis of speed fluctuations on a freeway. Transportation Science 4 (1970) 3 (Aug.): 293-310.

Leutzbach, W. & Bexelius, S. Probleme der Kolonnenfahrt. Strassenbau und Strassenverkehrstechnik 44. Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1966.

Leutzbach, W. Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses. Springer, Berlin, 1972.

Lighthill, M.J. & Whitham, G.B. On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads. Special Report 79, Highway Research Board, Washington, 1964.

Makigami, Y., Woodie, L., May, A.D. Bay area freeway operations study. Analytical technique for evaluating freeway improvements. Part I of III. The freeway model. Univ. of California, Berkeley, 1970.

May, A.D. Optimization techniques applied to improving freeway operations. Freeway operation study - Phase III. Univ. of California, Berkeley, 1973.

Messer, C.J. Dudek, C.L., Friebele, J.D. Method for predicting travel time and other operational measures in real time during freeway incident conditions. Highway Research Record 461. Highway Research Board, Washington, 1973.

Mika, H.S., Kreer, J.B., Yuan, L.S. Dual model behaviour of freeway traffic. Highway Research Record 279. Highway Research Board, Washington, 1969.

Munjal, P.K. A simple off-ramp traffic model: Highway Research Record 334. Highway Research Board, Washington, 1970.

Munjal, P.K. & Pipes, L.A. Propagation of on-ramp density waves on uniform unidirectional multi-lane freeways. Transportation Science, 5 (1971) 4: 390-402.

Munjal, P.K., Hsu, Y.S., Lawrence, R.L. Analysis and validation of lane-drop effects on multi-lane freeways. Transportation Research 5 (1971) 4: 257-266.

Munjal, P.K. & Hsu, Y.S. Experimental validation of lane-changing hypotheses from aerial data. Highway Research Record 456, Highway Research Board, Washington, 1973.

Mura, S. Ein dynamisches Modell zur Beurteilung und Prognose des Strassenverkehrs. Strassenverkehrstechnik 20 (1976) 5: 183-187.

Oliver, R.M. A two lane traffic model Univ. of California, Berkeley, 1965.

Oliver, R.M. & Lam, T. Statistical experiments with a two-lane flow model. In: Edie, L.C. et al (ed) Vehicular Traffic Science Proc. III Inst. Symp. on the theory of traffic flow. Elsevier, New York, 1967.

Payne, H.J. Models of freeway traffic and control. Simulation council proc. Mathematical models of public system 1, nr. 1, 1971.

Payne, H.J., Thompson, W.A., Isaksen, L. Design of a traffic-response control for a Los Angeles freeway. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, SMC 3 (1973) 3: 213-224.

Preparata, F.P. Analysis of traffic flow on a signalized one-way artery. *Transportation Science* 6 (1972) 1 (Feb.): 32-51.

Seddon, P.A. Another look at platoon dispersion. 1. The kinematic wave theory. *Traffic Engineering & Control* 13 (1971) 8 (Dec.): 332-336.

Stock, W.A., Blankenhorn, R.C., May, A.D. The "Freq 3" freeway model. Freeway operation study - Phase III. Univ. of California, Berkeley, 1973.