

VAN TIJDREEKSEN TOT UITSPRAKEN

Een methode voor statistische bewerking van tijdreeksen ongevallen

Artikel Verkeerskunde 33 (1982) 3: 129 t/m 133

R-82-9

Dr. P.H. Polak

Leidschendam, 1982

Stichting Wetenschappelijk Onderzoek Verkeersveiligheid SWOV



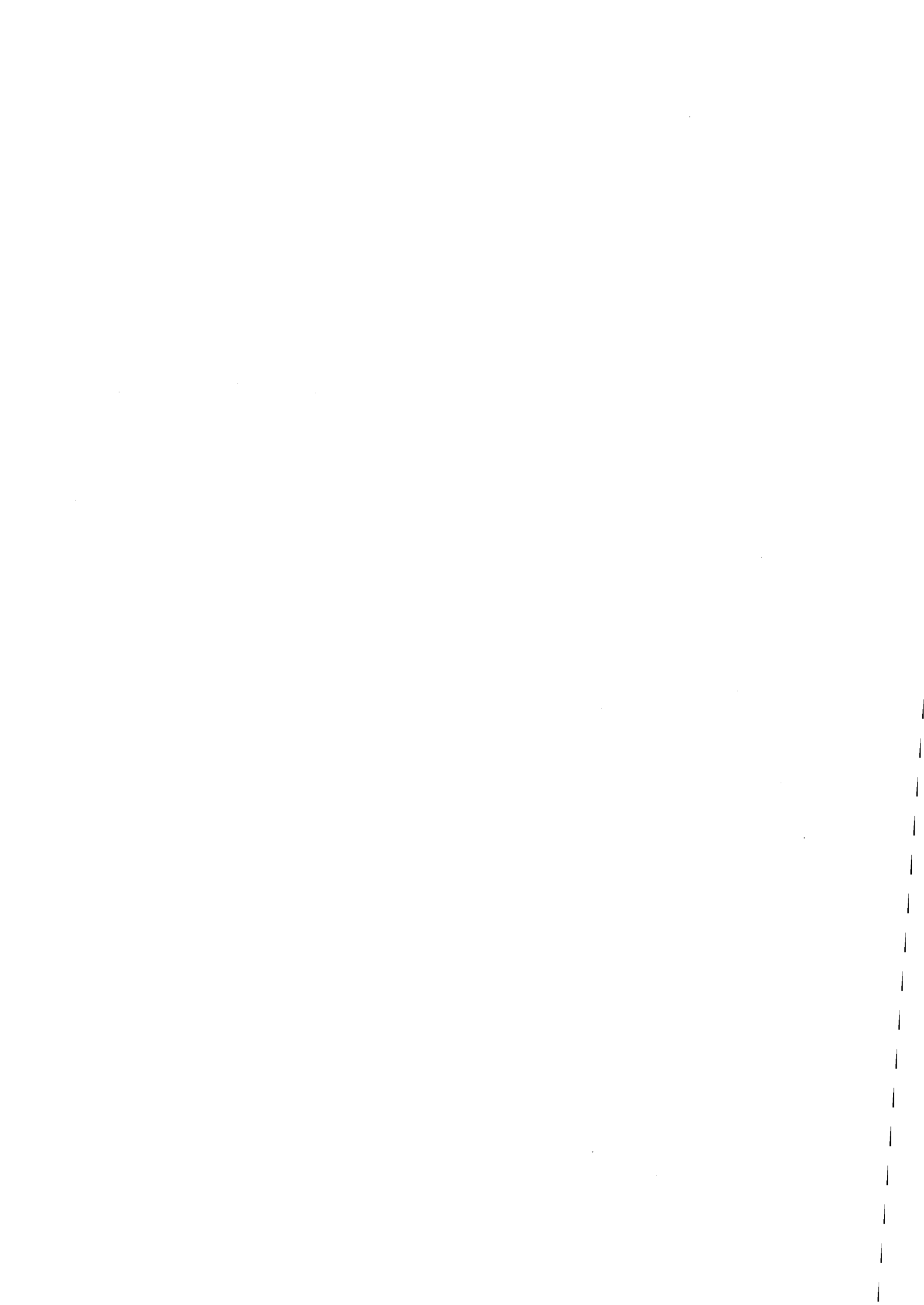
## SAMENVATTING

De gepresenteerde methode test voor tijdreeksen van aantallen verkeersongevallen die bij benadering uit Poisson-verdelingen komen, of het laatste aantal zoveel van het voorlaatste afwijkt, dat van een werkelijke verandering gesproken mag worden. Ook wordt de voorperiode beoordeeld op de aanwezigheid van een lineaire trend (stijgend, horizontaal of dalend). Als zo'n trend aanwezig is, wordt het nieuwste cijfer vergeleken met een op die trend gebaseerde verwachte waarde. Bij alle beoordelingen worden zowel statistische significantie als inhoudelijke relevantie in aanmerking genomen. Een relevant verschil wordt hier gedefinieerd als een verschil dat groter is dan een gekozen percentage. De methode is ontworpen om tijdreeksen ongevallen met behulp van een computer te kunnen analyseren.

## SUMMARY

### From time series to statements

A method is presented which, using as input time series of data that come approximately out of Poisson distributions, tests whether the last number compared to the penultimate one differs so much that one can speak of a real change. The method also judges whether the period before the last number shows a linear trend (increasing, horizontal or decreasing). Only if such a trend is found, the most recent observed value will be compared to the expected value based on the trend. All comparisons take into account the degree of noteworthiness as well as statistical significance. A noteworthy change is here defined as one greater than a chosen percentage. The method has been developed to aid the analysis of time series of road accidents.



## 1. INLEIDING

Voor elk kwartaal beschrijft de SWOV hoe de verkeersonveiligheid in Nederland zich in grote lijnen ontwikkelt. Dit gebeurt steeds met behulp van de nieuwste CBS-kwartaalcijfers over verkeersongevallen. Een belangrijk deel van die beschrijving is gewijd aan een vergelijking van de nieuwe kwartaalcijfers met cijfers over hetzelfde kwartaal in voorgaande jaren. Bij zo'n vergelijking hoeft geen rekening te worden gehouden met seizoeneffecten. Er worden uitspraken gedaan als: "De onveiligheid in het derde kwartaal van 1981 was groter dan verwacht mocht worden op grond van de gegevens over voorgaande jaren". Eventuele veranderingen in de onveiligheid worden niet gerelateerd aan andere veranderingen, bijvoorbeeld in de expositie. Er wordt dus niet naar verklaringen voor veranderingen gezocht. De reden hiervoor is dat expositiegegevens en dergelijke op het moment van de beschrijving doorgaans nog niet voorhanden zijn. Het gaat er bij zo'n vergelijking uitsluitend om, zo snel en objectief mogelijk uitspraken te doen over bepaalde veranderingen in de aantallen verkeersongevallen en -slachtoffers.

Gezien de regelmaat in het verschijnen van de beschrijvingen en de hoeveelheid werk die daar aan vastzit, heeft de SWOV het uitvoeren van de vergelijkingen grotendeels geautomatiseerd. Dit artikel gaat in op de methode die daarbij wordt gebruikt. Behalve de gehanteerde rekenmethode komt ook de interpretatie van de uitkomsten aan de orde. Bij het opstellen van de rekenmethode moest een aantal keuzen worden gemaakt; ook die worden besproken.

Na een discussie over de beperkingen van de methode volgt tot slot een voorbeeld van de toepassing. De afleiding van de statistische formules is gegeven in Bijlage I.

In dit artikel is steeds sprake van landelijke kwartaalcijfers. De methode is echter bruikbaar voor alle gegevens over aantallen ongevallen die op regelmatige tijdstippen beschikbaar komen. Provinciale of lokale wegbeheerders en ook anderen die de methode zouden willen toepassen, kunnen zich voor nadere inlichtingen tot de SWOV wenden.

## 2. HET GEBRUIK VAN MODELLEN

Wie met de hulp van een computer een bepaald probleem wil oplossen, moet dat probleem eerst ondubbelzinnig formuleren. Hier gebeurt dat door het opstellen van enkele wiskundige modellen. Zulke modellen zijn een gestileerde afbeelding van de werkelijkheid.

Om een uitspraak te kunnen doen als: "De onveiligheid in het derde kwartaal van 1981 was groter dan verwacht mocht worden op grond van de gegevens over voorgaande jaren", moet aan twee voorwaarden voldaan zijn. Ten eerste moeten er modellen zijn die, uitgaande van een waarde voor de onveiligheid in de voorperiode, een verwachte waarde voor het meest recente kwartaal (in dit geval het derde van 1981) opleveren. Dit soort modellen kan men voorspellingsmodellen noemen. Hier worden daarvoor de eenvoudigst denkbare gekozen. Als waarden voor de onveiligheid worden aantallen ongevallen dan wel slachtoffers genomen.

Ten tweede moet er inhoud worden gegeven aan de begrippen groter dan, gelijk aan en kleiner dan. Dit gebeurt hier vanuit twee gezichtspunten. Enerzijds wordt via een stochastisch model van het proces dat tot verkeersongevallen leidt, rekening gehouden met statistische fluctuaties. Anderzijds worden relatief kleine verschillen als niet-relevant beschouwd. Waargenomen verschillen zijn altijd een combinatie van toevallige statistische fluctuaties en werkelijke veranderingen. Het stochastische model levert de grootte en de verdeling van de toevallige fluctuaties op. Verschillen die kleiner zijn dan de toevallige fluctuaties, kunnen daarvan niet onderscheiden worden. Bij zulke verschillen heeft men onvoldoende reden om van een verandering in onveiligheid te spreken. Verschillen die groter zijn dan een aan de grootte van de toevallige fluctuaties gerelateerde grenswaarde, worden statistisch significant of kortweg significant genoemd. Significantie is echter niet voldoende om een verandering te melden. Bij voldoende grote aantallen (> 40 000) is een verandering van 1% al significant! Een verandering moet ook "relevant" zijn om als interessant gerapporteerd te worden. Hier is gekozen voor een grens van 5%: een verandering van minder dan 5% wordt niet relevant geacht en niet als verandering opgevat.

### 3. HET STOCHASTISCHE MODEL: SIGNIFICANTIE

Zoals algemeen gebruikelijk is, zullen we als stochastisch model voor de verdeling van aantallen ongevallen de Poisson-verdeling hanteren. Aan het gebruik van deze verdeling liggen de volgende veronderstellingen over het ongevalsproces ten grondslag:

- a. De kans dat in een bepaald klein tijdsinterval een ongeval gebeurt, moet klein zijn en evenredig met de duur van dat interval.
- b. Voorts moet die kans onafhankelijk zijn van het al of niet gebeuren van andere ongevallen.

Voor het vervolg wordt aangenomen dat hieraan in voldoende mate voldaan is. Nu kunnen we bij iedere, met behulp van een voorspellingsmodel berekende, verwachte waarde aangeven welke spreiding rond die waarde kan optreden als gevolg van toevallige fluctuaties.

Een voorbeeld: als de verwachte waarde 1000 is, zal de spreiding daar omheen  $\sqrt{1000} \approx 31$  zijn.

In de praktijk gaat het er om, de spreiding van het verschil tussen werkelijke en verwachte waarde te berekenen. Omdat de verwachte waarde gebaseerd is op waargenomen aantallen (aan fluctuaties onderhevig) zal deze ook aan fluctuaties onderhevig zijn. De spreiding van het verschil is dus uit twee bronnen samengesteld. In Bijlage I wordt hierop verder ingegaan. Als het verschil tussen werkelijke en verwachte waarde duidelijk groter is dan de spreiding van dat verschil, noemen we het verschil significant. De grenswaarde voor significantie kan berekend worden uit een door de gebruiker van de methode op te geven percentage, het significantieniveau. Een niveau van 5% houdt in dat de grenswaarde voor het verschil zo gekozen wordt, dat slechts één op de twintig significant bevonden verschillen in werkelijkheid het gevolg is van toevallige fluctuaties. Wie dit nog te veel vindt, kan bijvoorbeeld op 1%-niveau gaan werken; het nadeel hiervan is dat dan ook het aantal terecht gesignaleerde verschillen vermindert. Hier is gekozen voor een significantieniveau van 5%.

Een voorbeeld van de fout die men kan maken als men geen rekening houdt met het stochastische model, is het signaleren van een stijgende tendens bij de volgende tijdreeks ongevallen: 1000, 1001, 1002, 1003, 1004. Hoewel deze aantallen exact op een stijgende rechte lijn liggen, is het enige wat je mag constateren dat de onveiligheid gelijk blijft.

#### 4. DE VOORSPELLINGSMODELLEN: RELEVANTIE

Als uitgangspunt voor de voorspelling - of beter de berekening - van een verwachte waarde voor het aantal ongevallen of slachtoffers in een bepaald kwartaal, nemen we de tijdreeks van aantallen uit hetzelfde kwartaal in voorafgaande jaren. Bij deze methode mogen geen al te oude gegevens worden gebruikt, omdat dan niet meer aangenomen mag worden dat er weinig veranderd zal zijn in de expositie e.d.

We werken dus met een vrij korte voorperiode. Omdat we de kale cijfers als enige input gebruiken, heeft het alleen zin eenvoudige voorspellingsmodellen te gebruiken. Het eenvoudigste model luidt: de onveiligheid verandert niet. De wiskundige beschrijving hiervan is een "horizontale" rechte lijn door de punten in de voorperiode op een hoogte die overeenkomt met het gemiddelde van de voorperiode. Als de voorperiode uit één cijfer bestaat, gaat de lijn door dat ene punt; in dit geval kunnen we niet meer doen. Bij een langere voorperiode is het op een na eenvoudigste model dat, waarbij de onveiligheid eenparig stijgt of daalt. Men kan dan een rechte lijn trekken die zo dicht mogelijk loopt langs de punten in de voorperiode. We noemen dit de beste rechte lijn door de voorperiode.

Het verlengde van de beste horizontale of beste willekeurige rechte lijn door de voorperiode levert dan de verwachte waarde op voor het meest recente kwartaal. Bij deze toepassing van de methode is gekozen voor een voorperiode van 1 jaar (model I) en een van 4 jaar (model II). Het kan natuurlijk heel goed voorkomen dat de beste rechte lijn door de voorperiode praktisch horizontaal loopt. In dat geval, dus als een horizontale lijn de voorperiode goed beschrijft, prefereren we de horizontale lijn vanwege de eenvoudiger beschrijving.

Model I vergelijkt het nieuwste kwartaalcijfer met dat van 1 jaar eerder. Het model gaat uit van de veronderstelling dat beide jaren even onveilig waren. De methode toetst nu of het verschil tussen beide cijfers significant is. Dit gebeurt met een statistisch criterium dat voortvloeit uit het gekozen significantieniveau. Vervolgens wordt gekeken of het verschil relevant is; hier wordt als grenswaarde bij wijze van voorbeeld 5% verandering gekozen (zie ook paragraaf 6). Een verschil dat zowel significant als relevant is, wordt "interessant" genoemd en als zodanig gerapporteerd.



Model II werkt met een voorperiode van 4 jaar en bestaat uit twee stappen.

Eerst wordt verondersteld dat de onveiligheid constant geweest is (model IIa). De methode toetst dan of het verschil tussen de nieuwe waarde en het gemiddelde van de voorperiode zowel significant als relevant is.

Daarna wordt verondersteld dat de onveiligheid lineair met de tijd verandert (model IIb). Aan de hand van de beste rechte lijn door de voorperiode wordt een verwachting voor het meest recente kwartaal berekend. Het verschil tussen de verwachte en de werkelijke waarde wordt op significantie en op relevantie getoetst.

##### 5. CONTROLE OF AAN HET VOORSPELLINGSMODEL WORDT VOLDAAN

Het komt natuurlijk ook voor dat de aantallen in de voorperiode in het geheel niet op een rechte lijn liggen. Als de afwijkingen ten opzichte van het model zo groot zijn dat het verworpen moet worden, heeft een op dat model gebaseerde verwachte waarde geen betekenis meer. Daarom wordt bij model II ook getoetst of de aantallen in de voorperiode inderdaad ongeveer gelijk zijn, dan wel een lineaire trend vertonen. Ook bij deze toetsing wordt zowel naar significantie als naar relevantie gekeken. Als de verschillen met de rechte lijn, hoewel significant, kleiner zijn dan een op te geven aantal procenten, worden ze als niet relevant opgevat. Dan wordt aangenomen dat de voorperiode toch aan het model voldoet. Dit wordt "concordantie" van de voorperiode met het model genoemd. De voorperiode is dus alleen niet concordant, als de verschillen met het model zowel significant als relevant zijn. Ook hierbij kan de gebruiker van de methode het door hem gewenste significantie- en relevantieniveau opgeven. Als er geen concordantie is, noemen we de ontwikkeling in de voorperiode niet-lineair. Bij concordantie kan men de voorspellingsmodellen, hier rechte lijnen, ook gebruiken als beschrijvende modellen voor de voorperiode.

## 6. SPECIFICATIE EN UITWERKING VAN DE METHODE

Het werken met de methode gaat nu als volgt. Eerst moet de gebruiker een aantal criteria opgeven voor significantie en relevantie. Hier is gekozen voor een 5%-niveau voor significantie en relevantie, zowel voor het toetsen van het verschil tussen werkelijke en verwachte waarde, als voor het toetsen van de concordantie van de voorperiode.

Per tijdreeks moeten de 5 aantallen ingevoerd worden en de methode produceert dan - via de computer - een aantal toetsingsgrootheden en uitspraken voor de verschillende modellen. Voor iedere berekende verwachte waarde geeft hij een toetsingsgrootte T, die de verhouding aangeeft tussen enerzijds het verschil van werkelijke en verwachte waarde en anderzijds de spreiding van dat verschil. In formulevorm:

$$T = \frac{\text{werkelijke waarde minus verwachte waarde}}{\text{spreiding van teller}}$$

Deze T is - voor aantallen groter dan ca. 10 - bij redelijke benadering standaard normaal verdeeld, zodat het al of niet significant zijn van T eenvoudig kan worden bepaald. Voor een significantieniveau van 5% liggen de grenzen waarbuiten T significant is bij -1,96 en +1,96.

De relevantie wordt beoordeeld aan de hand van het procentuele verschil tussen werkelijke en verwachte waarde:

$$R = \frac{\text{werkelijke waarde minus verwachte waarde}}{\text{verwachte waarde}} \times 100\%$$

Bij model II wordt voor het berekenen van T eerst gekeken of de voorperiode concordant is met een horizontale ontwikkeling (model IIa) of met een stijgende of dalende eenparige ontwikkeling (model IIb). Om te toetsen of de afwijkingen ten opzichte van de rechte lijn significant zijn, wordt gebruik gemaakt van de toetsingsgrootte  $X^2$ . Deze is de som van de kwadraten van de verschillen ten opzichte van die rechte lijn, waarbij elk kwadraat eerst gedeeld is door de waarde die rechte lijn daar aanneemt. Deze  $X^2$  is bij benadering verdeeld als een chi-kwadraatverdeling met 3 vrijheidsgraden voor model IIa en met 2 vrijheidsgraden voor model IIb, mits de aantallen groter zijn dan ca. 10. Details zijn te vinden in Bijlage I.

Voor het toetsen van de relevantie van de afwijkingen met de rechte lijn wordt eerst van ieder cijfer uit de voorperiode bepaald hoeveel percent het afwijkt van de rechte lijn. Bij een sprong van meer dan 5% tussen twee opeenvolgende jaren, dus bijvoorbeeld van +2% naar -4%, vinden we dat de voorperiode relevant verschilt van de rechte lijn. Om te besluiten dat de ontwikkeling in de voorperiode niet-lineair is, moeten de verschillen zowel significant als relevant zijn.

## 7. INTERPRETATIE VAN DE UITKOMSTEN

Voor een gegeven tijdreeks van 5 aantallen levert de methode een aantal toetsingsgrootheden en uitspraken. Voor model I zijn dat  $T_I$  en  $R_I$ .

$T_I$  is de statistische grootheid die in standaardmaat aangeeft hoeveel de laatste twee cijfers van de tijdreeks van elkaar verschillen. De daarbij behorende (tweezijdige) overschrijdingskans  $P(T)$  wordt ook berekend en gegeven. Is die kans kleiner dan de vooraf opgegeven grenswaarde, dan is  $T_I$  significant.

$R_I$  is het procentuele verschil tussen werkelijke en verwachte waarde. Is dit kleiner dan de gekozen 5%, dan is het, hoe significant ook, niet groot genoeg om als relevante verandering genoemd te worden.

Als  $T_I$  significant is en  $R_I$  relevant, dan is er, uitsluitend op grond van de gegevens uit de tijdreeks, reden om aan te nemen dat de onveiligheid in het meest recente kwartaal duidelijk verschilt van de onveiligheid in hetzelfde kwartaal van het vorige jaar. Omgekeerd is er, als  $T_I$  niet significant is en/of  $R_I$  niet relevant, geen reden om aan te nemen dat de onveiligheid duidelijk is veranderd.

Bij model IIa/b is de interpretatie van  $T_{II}$  en  $R_{II}$  analoog aan de interpretatie van  $T_I$  en  $R_I$  bij model I.

De concordantie van de voorperiode met de modellen wordt getoetst met de statistische toetsingsgrootheid  $X^2$  en de toetsingsgrootheid voor de relevantie C. Naast  $X^2$  wordt ook de bijbehorende (eenzijdige) overschrijdingskans  $P(X^2)$  afgedrukt.

Bij elkaar worden de volgende resultaten berekend en afgedrukt:

Model I :  $T_I$  ,  $P(T_I)$  ;  $R_I$

Model IIa :  $T_{IIa}$  ,  $P(T_{IIa})$  ;  $R_{IIa}$  .  $X^2_{IIa}$  ,  $P(X^2_{IIa})$  ;  $C_{IIa}$

Model IIb :  $T_{IIb}$  ,  $P(T_{IIb})$  ;  $R_{IIb}$  .  $X^2_{IIb}$  ,  $P(X^2_{IIb})$  ;  $C_{IIb}$

Uit model I komt uiteindelijk een van de uitspraken: het laatste cijfer is groter dan, gelijk aan, of kleiner dan het voorlaatste cijfer. Binnen model II is een hiërarchie: als model IIa opgaat voor de voorperiode, dan liggen de 4 aantallen blijkbaar ongeveer op een

horizontale rechte lijn. Ook model IIb zal dan opgaan, waarschijnlijk nog iets beter. Omdat we de voorkeur geven aan de eenvoudigste beschrijving, wordt het opgaan van model IIb pas nagegaan als model IIa niet opgaat. Er zijn dan voor de voorperiode 4 mogelijkheden:

Model IIa gaat op	}	- voorperiode horizontaal
Model IIa gaat niet op		- voorperiode lineair stijgend
maar model IIb wel		- voorperiode lineair dalend
Model IIa noch IIb gaat op		- voorperiode niet-lineair

In het laatste geval, als geen der modellen opgaat, worden geen uitspraken gedaan over verschillen tussen de werkelijke en de verwachte waarde. In de drie andere gevallen geldt weer dat het laatste cijfer groter dan, gelijk aan, of kleiner dan de verwachting kan zijn.

Model I geeft 3 mogelijkheden, model IIa ook 3 en model IIb 6; als geen van deze modellen opgaat, levert dat 1 mogelijkheid op. In totaal zijn er dus  $3 \times (3 + 6 + 1) = 30$  verschillende "patronen" mogelijk. Deze kunnen symbolisch worden weergegeven met pictogrammen. Het toepasselijke pictogram kan door de computer worden afgedrukt naast de normale output in cijfers en woorden.

In de afbeeldingen 1 t/m 3 zijn alle 30 pictogrammen weergegeven. In elk pictogram staat links de uitkomst voor model I en rechts die voor model II. In afbeelding 1 is volgens model I het laatste cijfer groter dan het voorlaatste, in afbeelding 2 is het er gelijk aan en in afbeelding 3 is het kleiner.

## 9. BESPREKING VAN DE KEUZEN

Bij de hier beschreven methode is een aantal keuzen gemaakt. Deze hebben een verschillend karakter. Sommige zijn fundamenteel: een andere keuze zou een andere methode opleverd hebben. Andere zijn zuiver praktisch: de gebruiker van de methode kan gemakkelijk een andere keuze doen en implementeren. Er tussenin zitten keuzen die de methode niet essentieel veranderen maar wel tot ander rekenwerk en een andere interpretatie zouden leiden. Hieronder wordt een opsomming gegeven van alle keuzen die gedaan zijn.

### Fundamentele keuzen

1. De methode onderzoekt of een nieuw cijfer al of niet wezenlijk verschilt van verwachtingen die gebaseerd zijn op oudere gegevens uit dezelfde tijdreeks. Expositiegegevens worden dus niet gebruikt en tijdreeksen worden ook niet onderling vergeleken.
2. De verwachtingen worden berekend door extrapolatie van n-degraads curves, getrokken door de voorperiode. Dus geen exponentiële of andere curves. De hoogste nog meegenomen graad (hier de eerste) moet flink onder het aantal getallen in de voorperiode blijven.
3. Het berekenen van verwachtingen gebeurt alleen als de voorperiode goed beschreven wordt door de daardoor getrokken curve. Er vindt dus geen extrapolatie plaats van de beste rechte lijn, getrokken door een aantal grillig gelegen punten.
4. Een verandering of verschil wordt niet alleen getoetst op statistische significantie, maar ook beoordeeld op relevantie.

### Niet-essentiële keuzen

5. Voor het fitten van de curves worden de getallen opgevat als komende uit normale verdelingen met gelijke variantie. Voor het berekenen van de (verwachte) variantie worden de getallen opgevat als komende uit Poisson-verdelingen. De waarden voor de parameters die bij deze verdelingen horen, worden afgelezen uit de beste n-degraads curve door alle punten.
6. Om geen rekening te hoeven houden met seizoeneffecten bestaan de tijdreeksen uit waarden voor gelijke perioden in opeenvolgende jaren (bijvoorbeeld derde kwartalen).

7. Er wordt gekozen voor een korte voorperiode van 1 jaar en een lange-  
re van 4 jaar.
8. Bij de voorperiode van 4 jaar wordt de verwachting gebaseerd op een  
nulde- of een eerstegraads curve.
9. De relevantie van een verschil wordt bepaald door de grootte van het  
procentuele verschil tussen werkelijke en verwachte waarde. Voor het  
beoordelen van de concordantie in de voorperiode wordt de relevantie  
bepaald door de procentuele verschillen tussen de beste n-degraads  
curve en de werkelijke waarden in de voorperiode.
10. Een verschil wordt interessant genoemd, als het zowel significant  
als relevant is. Er is dus geen relevantie-eis die afhangt van de mate  
van significantie.

#### Praktische keuzen

11. Een verschil wordt significant genoemd, als de bijbehorende twee-  
zijdige overschrijdingskans kleiner is dan 5%.
12. De afwijking van de aantallen in de voorperiode ten opzichte van  
een aangepaste curve wordt significant genoemd, als de bij de  $X^2$  horen-  
de eenzijdige overschrijdingskans kleiner is dan 5%.
13. Een verschil wordt relevant genoemd, als het groter is dan 5%.
14. De afwijking van de aantallen in de voorperiode ten opzichte van  
een aangepaste curve worden relevant genoemd, als het grootste verschil  
tussen opeenvolgende relatieve verschillen (zie punt 9) groter is dan  
5%.

Een gebruiker van de methode kan gemakkelijk andere praktische keuzen  
doen, omdat de overschrijdingskansen en de procentuele verschillen ook  
afgedrukt kunnen worden.

De niet-essentiële keuzen zijn verwerkt in de programmatuur. Wanneer  
een gebruiker andere keuzen maakt, moet het programma worden herschreven.  
Veranderingen in de fundamentele keuzen leveren ingrijpende verande-  
ringen op voor de methode en de interpretatie van de uitkomsten.



## 10. BEPERKINGEN VAN DE METHODE

Hoewel er 30 verschillende patronen mogelijk zijn, is er geen sprake van dat deze methode alle denkbare patronen signaleert.

Als bij een bepaalde tijdreeks de voorperiode concordant is met een der modellen maar het nieuwste cijfer daar van afwijkt, dan zal 1 jaar later de voorperiode niet-lineair worden genoemd. De praktijk zal moeten uitwijzen hoe vaak dat bij de huidige keuzen zal optreden. Een andere beperking is dat alleen binnen een tijdreeks gekeken wordt. Eventuele samenhangen met andere reeksen onderzoekt deze methode niet.

Het omzeilen van seizoeneffecten door alleen jaarreeksen te nemen uit dezelfde periode van het jaar (bijvoorbeeld derde kwartalen) heeft als nadeel dat niet alle beschikbare informatie wordt benut. Een probleem ontstaat als gegevens ontbreken of als sommige aantallen om bepaalde, bekende, redenen sterk afwijken. Dit probleem deed zich voor bij de cijfers over januari en februari 1979; langdurige sneeuwval leidde tot veel lagere ongevallencijfers in die maanden.

## 11. VOORBEELD VAN DE OUTPUT EN DE INTERPRETATIE

In de tabellen 1 t/m 3 worden voorbeelden gegeven van de output van de methode. Per tabel worden eerst de 5 aantallen van de tijdreeks gegeven. Daarna volgen de toetsingsgrootheden en bijbehorende overschrijdingskansen. Dan volgen de te rapporteren uitspraken.

Het eerste voorbeeld (tabel 1) is typerend voor grote aantallen: bijna alle verschillen zijn (zeer) significant. Omdat het verschil van 1980 met 1979 4% bedraagt, dus volgens de gekozen criteria niet relevant is, wordt het niet gerapporteerd.

De relatieve afwijkingen van de voorperiode (1976 t/m 1979) zijn zodanig klein dat het grootste verschil tussen twee opeenvolgende jaren 2,9% bedraagt. De voorperiode is dus concordant met model IIa. We zien dat model IIb in zoverre beter is, dat hier ook de  $X^2_{IIb}$  niet significant is. Er zou iets voor te zeggen zijn in een geval als dit aan model IIb de voorkeur te geven.

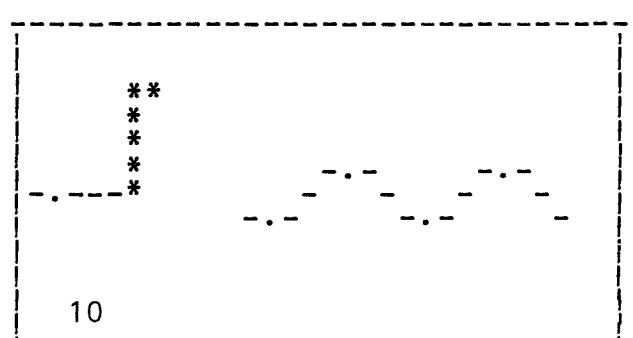
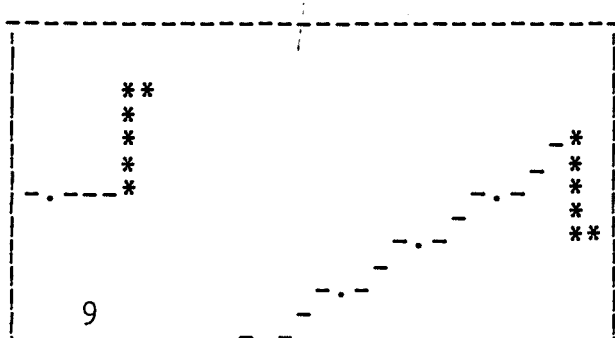
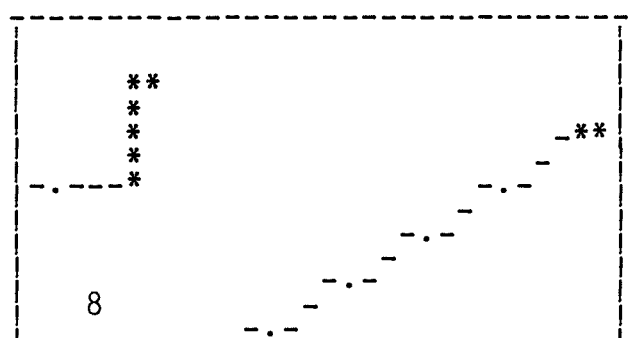
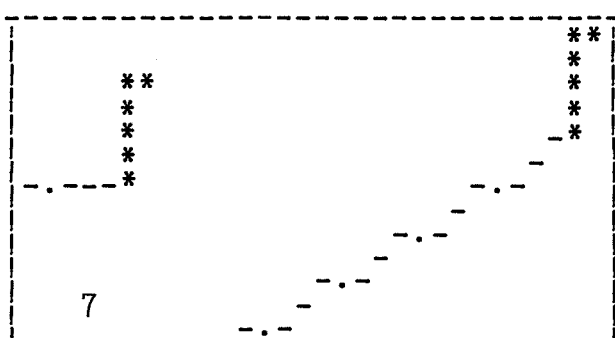
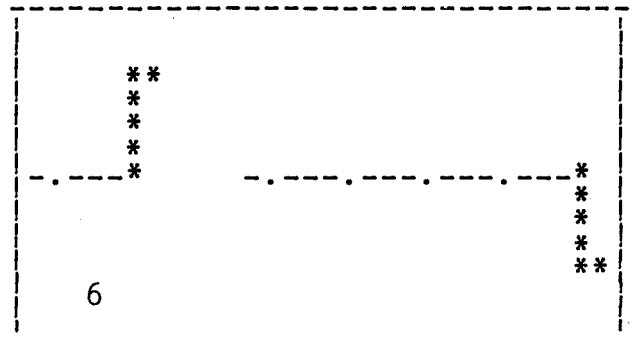
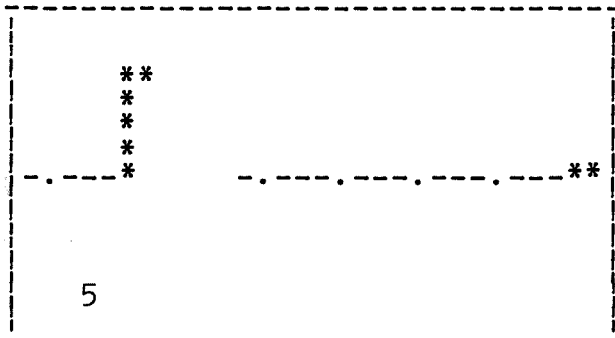
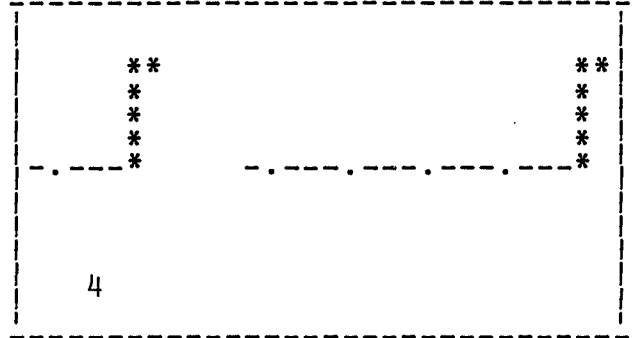
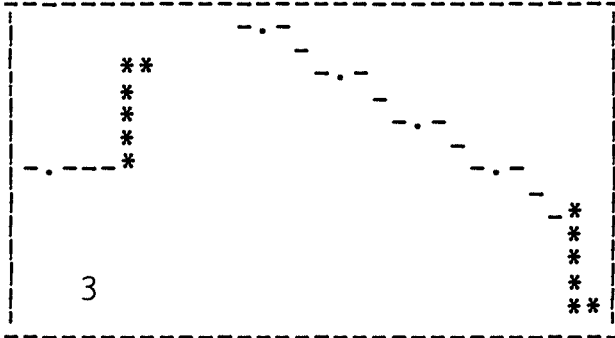
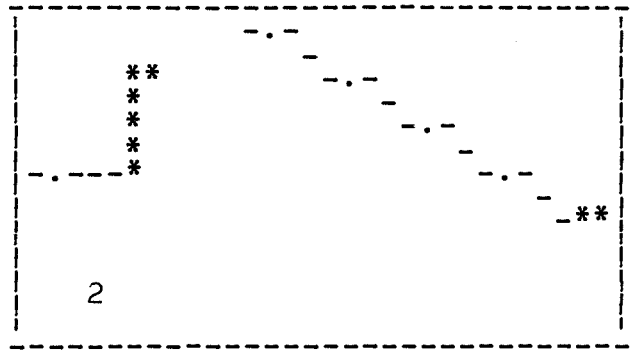
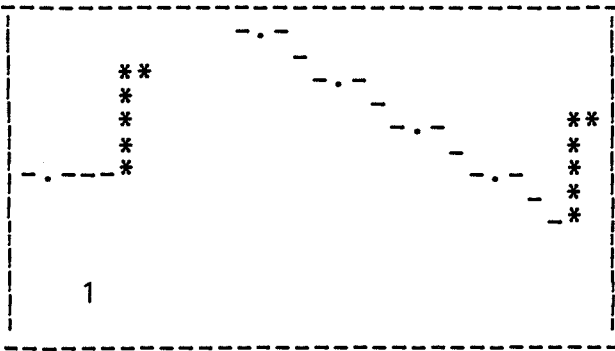
Het aantal ongevallen van 1980 (13 200) verschilt zowel significant als relevant van de verwachting die volgt uit model IIa (14 139) zodat een wezenlijk verschil gerapporteerd wordt. (Was model IIb verkozen, dan was het verschil niet relevant meer!)

Bij het tweede voorbeeld (tabel 2) overheersen door de kleinere aantallen de relevante verschillen. Het verschil tussen 1980 en 1979 is juist relevant, maar in het geheel niet significant, zodat het niet wordt gerapporteerd.

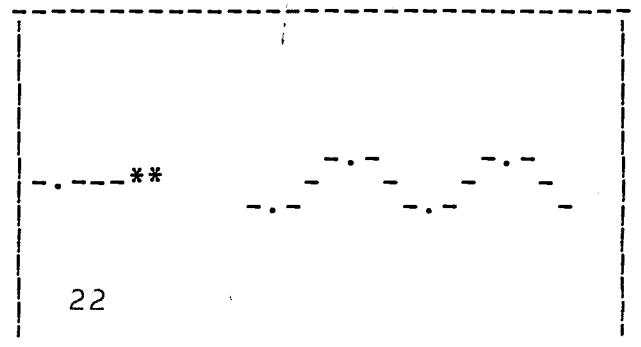
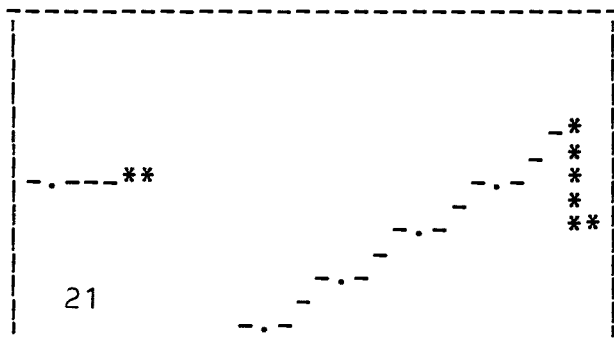
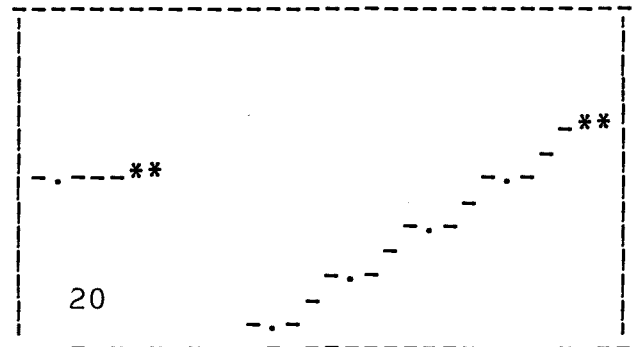
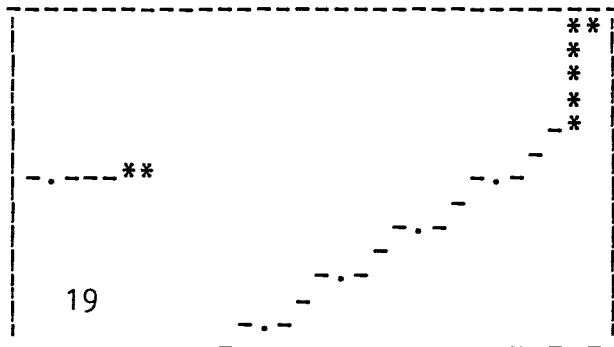
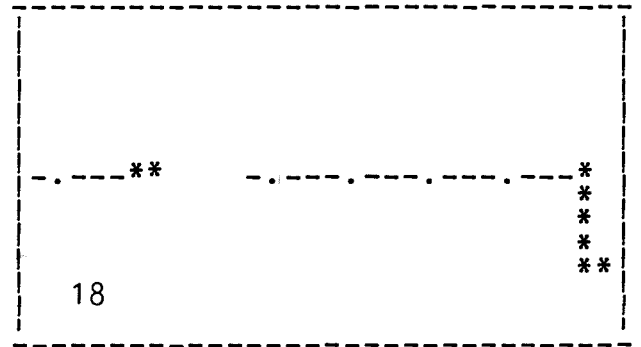
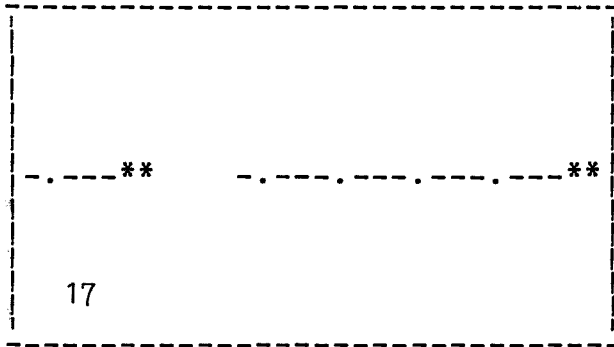
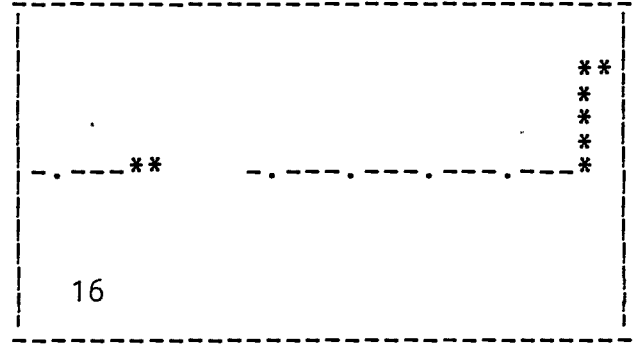
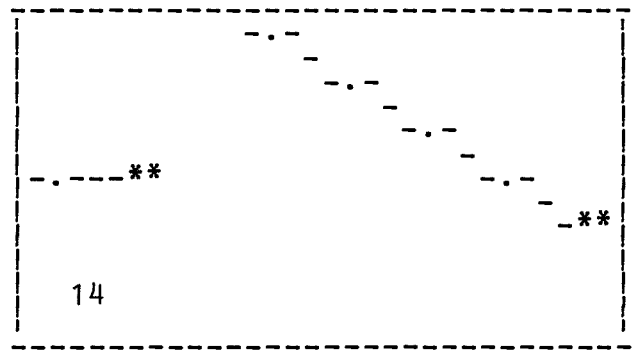
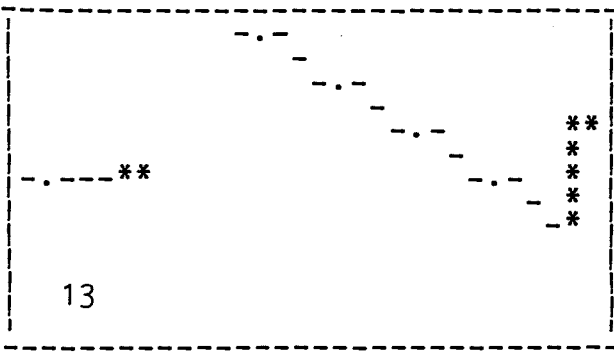
De afwijkingen in de voorperiode ten opzichte van model IIa zijn zowel significant als relevant, zodat dit model wordt verworpen. Binnen model IIb zijn ze wel relevant (het grootste verschil tussen twee opeenvolgende relatieve verschillen ten opzichte van de beste rechte lijn is 9 1%) maar niet significant, zodat de lineaire trend past. De waarde van 1980 (88) verschilt niet significant met de verwachting volgens die rechte lijn (77), zodat geen verschil wordt gerapporteerd. Conclusie: de lineaire trend past blijkbaar bij de hele periode 1976 t/m 1980.

Het derde voorbeeld (tabel 3) laat van 1979 naar 1980 een zowel relevante als significante verlaging zien, die gerapporteerd wordt.

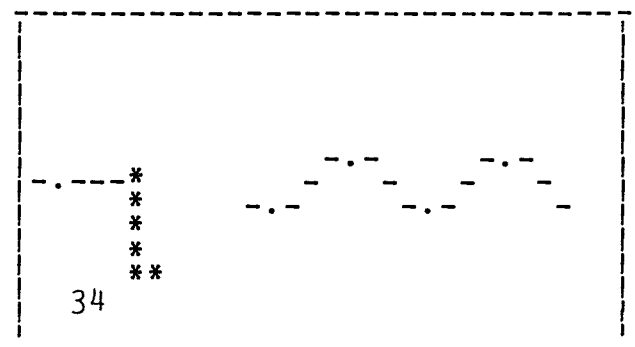
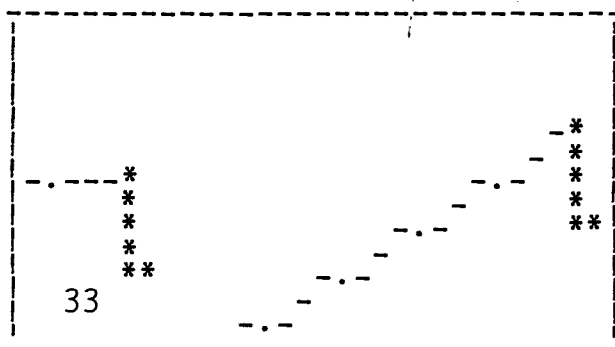
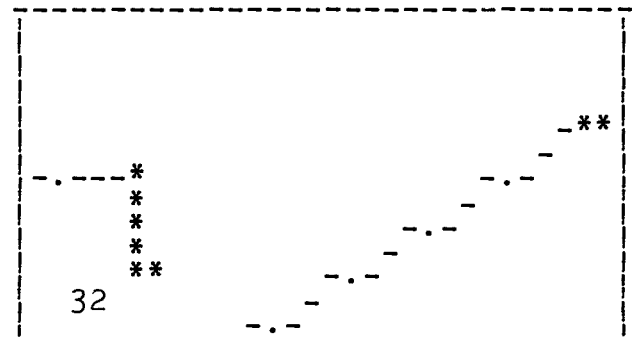
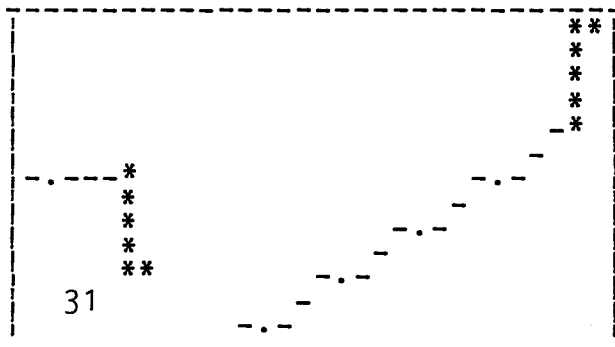
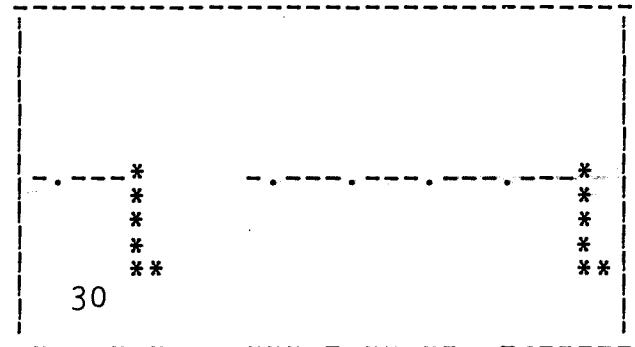
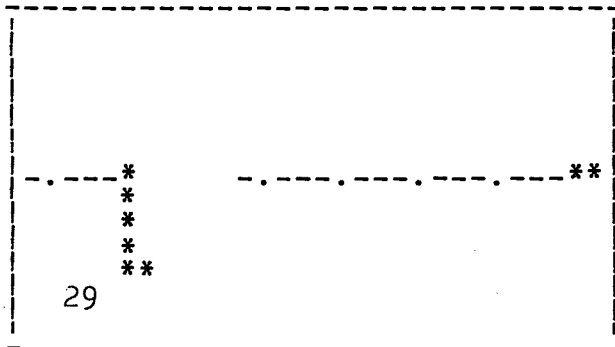
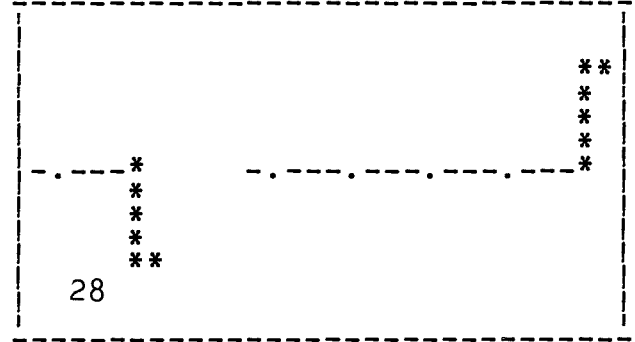
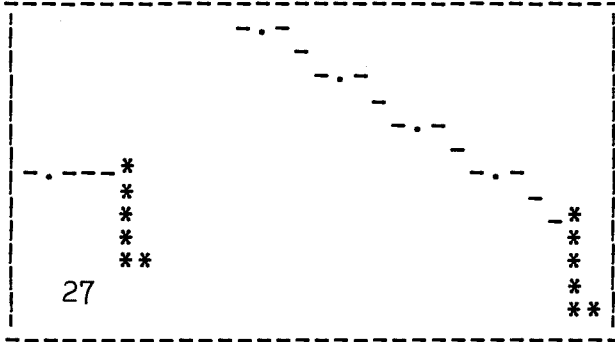
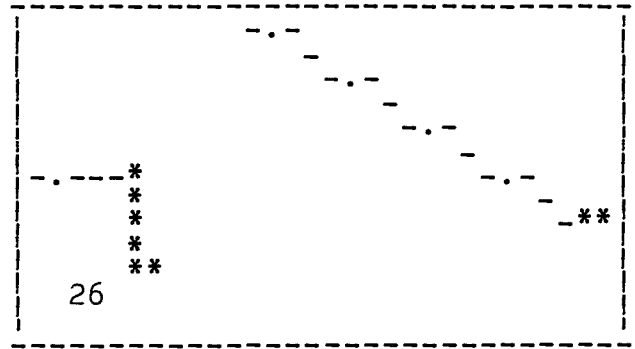
De voorperiode past bij geen der modellen, zodat hij niet-lineair genoemd kan worden. Hoewel de verwachtingen wel berekend (en afgedrukt) zijn, worden ze in de rapportage niet genoemd.



Afbeelding 1. Alle pictogrammen met stijgend aantal volgens model I.



Afbeelding 2. Alle pictogrammen met gelijkblijvend aantal volgens model I.



Afbeelding 3. Alle pictogrammen met dalend aantal volgens model I.

Jaar	1976	1977	1978	1979	1980
Aantal	14336	14202	14216	13801	13200

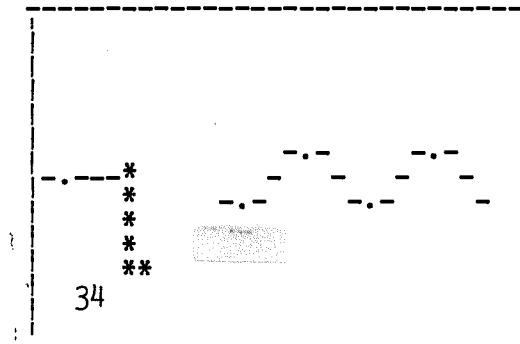
<p>-----**</p> <p>18</p> <p>-----*</p> <p>*****</p>
---

	Te toetsen aantallen		Verschillen		Toetsingsgrootheid van het verschil T	Twee zydige overschryd kans P(T)	Toetsingsgrootheid v.d. concordantie $X^2$	Rechter overschryd kans P( $X^2$ )	Gemidd. afwyking t.o.v. lijn	Grootste verschil m.b.t. lijn C
			Abs	Rel R						
Voorafgaand jaar	13200 en	13801	-601	-4%	$T_I$ -3.66	<1.0%	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.
Voorperiode gelijk	13200 en	14139	-939	-7%	$T_{II}$ -7.11	<1.0%	$X_{II}^2$ 11.53	<1.0%	1.4%	$C_{II}$ 2.9%
Voorperiode trend	13200 en	13741	-541	-4%	$T_{III}$ -2.93	<1.0%	$X_{III}^2$ 2.59	27.2%	0.7%	$C_{III}$ 1.8%

De aantallen in de VOORPERIODE verlopen volgens een HORIZONTALE lijn  
 Het getoetste aantal is 7% LAGER dan het VERWACHTE aantal  
 Dit verschil is statistisch SIGNIFICANT op 5%-niveau

Tabel 1. Totaal aantal ongevallen met letsel en/of dodelijke afloop; tweede kwartaal.

Jaar	1976	1977	1978	1979	1980
Aantal	273	359	330	348	255



	Te toetsen aantallen		Verschillen		Toetsingsgrootheid van het verschil T	Twee zydige over schryd kans P(T)	Toetsingsgrootheid v.d. concordantie $X^2$	Rechter over schryd kans $p(X^2)$	Gemidd. afwyking t.o.v. lijn	Grootste verschil m.b.t. lijn C
			Abs	Rel R						
Voorafgaand jaar	255 en	348	-93	-27%	-3.79	<1.0%	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.
Voorperiode gelijk	255 en	328	-73	-22%	-3.67	<1.0%	13.40	<1.0%	10.1%	C <sub>II</sub> 26.3%
Voorperiode trend	255 en	377	-122	-32%	-4.38	<1.0%	7.86	1.9%	7.9%	C <sub>III</sub> 21.4%

Het getoetste aantal is 27% LAGER dan in het VOORAFGAANDE jaar  
Dit verschil is statistisch SIGNIFICANT op 5%-niveau

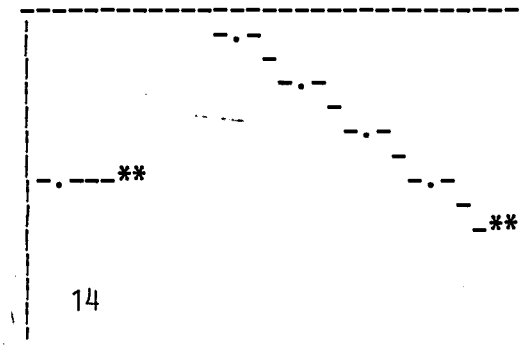
De aantallen in de VOORPERIODE verlopen NIET volgens een HORIZONTALE lijn

De aantallen in de VOORPERIODE verlopen NIET volgens een LINEAIRE TREND

Tabel 3. Aantal doden snelverkeer; tweede kwartaal.



Jaar	1976	1977	1978	1979	1980
Aantal	154	129	121	93	88



	Te toetsen aantallen		Verschillen		Toetsings grootheid van het verschil T	Twee zydige over schryd kans P(T)	Toetsings grootheid v.d. con cordantie X <sup>2</sup>	Rechter over schryd kans P(X <sup>2</sup> )	Gemidd. afwyking t.o.v. lijn	Grootste verschil m.b.t. lijn C
			Abs	Rel R						
Voorafgaand jaar	88 en	93	-5	-5%	T <sub>I</sub> -0.37	70.9%	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.
Voorperiode gelijk	88 en	124	-36	-29%	T <sub>II</sub> -3.00	<1.0%	X <sub>II</sub> <sup>2</sup> 15.25	<1.0%	17.5%	C <sub>II</sub> 22.5%
Voorperiode trend	88 en	77	12	15%	T <sub>III</sub> 0.73	46.7%	X <sub>III</sub> <sup>2</sup> 0.60	74.6%	3.6%	C <sub>III</sub> 9.1%

De aantallen in de VOORPERIODE verlopen volgens een LINEAIRE TREND met een DALING van 19 per jaar (ca. 15 % per jaar).

Tabel 2. Aantal doden langzaam verkeer t.g.v. ongevallen buiten de bebouwde kom; tweede kwartaal.

Bijlage I

STATISTISCHE FORMULES EN AFBEELDINGEN

We duiden de werkelijke aantallen als volgt aan:

$$x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1$$

De verwachtingen worden aangeduid als  $\hat{x}_1$ .

De algemene statistische veronderstelling is dat de 5 waarden komen uit onafhankelijke Poisson-verdelingen met onbekende parameters.

Model I

De veronderstelling bij model I is dat  $x_0$  en  $x_1$  uit Poisson-verdelingen komen met dezelfde parameter. De verwachting voor  $x_1$ ,  $\hat{x}_1$ , is dan gelijk aan  $x_0$ . De verwachte spreiding van het verschil  $x_1 - \hat{x}_1$  is als gevolg van de veronderstelling  $\sqrt{x_0 + x_1}$ . Dan geldt dat:

$$T_I = \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{x_1 + x_0}} \text{ bij benadering standaard normaal verdeeld is.}$$

Model IIa

De veronderstelling is nu dat  $x_{-3}$  t/m  $x_1$  uit Poisson-verdelingen komen met allemaal dezelfde parameter. De verwachting voor  $x_1$  is nu het gemiddelde van de voorperiode:

$$\hat{x}_1 = (x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0)/4$$

Om de (verwachte) spreiding van  $x_1 - \hat{x}_1$  te bepalen, moeten de op grond van de veronderstelling te verwachten varianties van zowel  $x_1$  als  $\hat{x}_1$  worden berekend. Uit de veronderstelling volgt dat van alle x-en de variantie gelijk is aan hun gemiddelde:

$$\text{var}(x) = (x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0 + x_1)/5.$$

Hieruit volgt voor de variantie van  $x_1 - \hat{x}_1$ :

$$\begin{aligned} \text{var}(x_1 - \hat{x}_1) &= \text{var}(x_1) + \text{var}(\hat{x}_1) \\ &= \text{var}(x_1) + \text{var}\{(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0)/4\} \\ &= \text{var}(x_1) + (1/16)\text{var}(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0) \\ &= (1 + 4/16)\text{var}(x) \\ &= (5/4)(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0 + x_1)/5 \\ &= (x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0 + x_1)/4 \end{aligned}$$

Hieruit volgt dat:

$$T_{IIa} = \frac{x_1 - (x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0)/4}{\sqrt{(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0 + x_1)/4}}$$

$T_{IIa}$  is weer bij benadering standaard normaal verdeeld.

Om de concordantie te toetsen berekenen we de som van de kwadraten van de verschillen tussen  $x_{-3}$  t/m  $x_0$  en hun verwachte waarde, ieder gedeeld door die verwachte waarde. Hierbij is de voorperiode op zichzelf beschouwd. Die som,  $X_{IIa}^2$ , is bij benadering verdeeld volgens een chi-kwadraatverdeling met 3 vrijheidsgraden:

$$X_{IIa}^2 = \sum_{i=-3}^0 \frac{\{x_i - (x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0)/4\}^2}{(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0)/4}$$

#### Model IIb

Hier is de veronderstelling dat de waarden  $x_{-3}$  t/m  $x_1$  komen uit Poisson-verdelingen waarvan de parameter lineair van de tijd afhangt. Eerst moeten we nu de beste rechte lijn vinden door de waarden van de voorperiode. Hier doet zich een moeilijkheid voor, want aan de standaard veronderstelling voor het berekenen van de beste rechte lijn door een aantal punten, namelijk dat de varianties van alle waarden aan elkaar gelijk zijn, is hier niet voldaan. Een exacte oplossing met bijvoorbeeld de maximum-likelihoodmethode leidt tot niet-lineaire, en dus moeilijk oplosbare vergelijkingen. Voor niet te kleine aantallen ( $> 10$ ) lijkt de fout die geïntroduceerd wordt door de spreidingen wel als gelijk te

beschouwen en de kleinste-kwadratenmethode te nemen, verwaarloosbaar. Overigens introduceert die methode in dit geval geen systematische fout. We vinden:

$$\hat{x}_1 = -\frac{1}{2}x_{-3} + \frac{1}{2}x_{-1} + x_0$$

Nu moeten we nog de variantie berekenen van  $x_1 - \hat{x}_1$ . Hiervoor moeten we volgens het model de beste rechte lijn leggen door alle 5 x-en en voor ieder der x-en die voorkomen in  $x_1 - \hat{x}_1$  de verwachting volgens die rechte lijn berekenen. Bij een Poisson-verdeling is de (verwachte) variantie immers gelijk aan de verwachting. We vinden dan:

$$\begin{aligned} \text{var}(x_{-3}) &= \frac{3}{5}x_{-3} + \frac{2}{5}x_{-2} + \frac{1}{5}x_{-1} && - \frac{1}{5}x_1 \\ \text{var}(x_{-1}) &= \frac{1}{5}x_{-3} + \frac{1}{5}x_{-2} + \frac{1}{5}x_{-1} + \frac{1}{5}x_0 + \frac{1}{5}x_1 \\ \text{var}(x_0) &= \frac{1}{10}x_{-2} + \frac{2}{10}x_{-1} + \frac{3}{10}x_0 + \frac{4}{10}x_1 \\ \text{var}(x_1) &= -\frac{1}{5}x_{-3} + \frac{1}{5}x_{-1} + \frac{2}{5}x_0 + \frac{3}{5}x_1 \end{aligned}$$

Nu krijgen we:

$$\begin{aligned} \text{var}(x_1 - \hat{x}_1) &= \text{var}(x_1) + \text{var}(\hat{x}_1) \\ &= \text{var}(x_1) + \text{var}\left(-\frac{1}{2}x_{-3} + \frac{1}{2}x_{-1} + x_0\right) \\ &= \text{var}(x_1) + \frac{1}{4}\text{var}(x_{-3}) + \frac{1}{4}\text{var}(x_{-1}) + \text{var}(x_0) \end{aligned}$$

En na invullen en enig rekenwerk:

$$\text{var}(x_1 - \hat{x}_1) = \frac{1}{4}x_{-2} + \frac{1}{2}x_{-1} + \frac{3}{4}x_0 + x_1$$

Hieruit volgt  $T_{\text{IIb}}$ :

$$T_{\text{IIb}} = \frac{x_1 + \frac{1}{2}x_{-3} - \frac{1}{2}x_{-1} - x_0}{\sqrt{\frac{1}{4}x_{-2} + \frac{1}{2}x_{-1} + \frac{3}{4}x_0 + x_1}}$$

Deze T is ook weer bij benadering standaard normaal verdeeld.

Voor het toetsen van de concordantie wordt weer net zo'n gewogen-kwadratensom genomen als bij model II. Deze  $X^2_{IIb}$  is bij benadering een chi-kwadraatverdeling, met 2 vrijheidsgraden.