

Rapport: Stichting Wetenschappelijk Onderzoek
Verkeersveiligheid.

Onderwerp: Theoretische en praktische achtergronden
middenberm-beveiligingsconstructies.

Datum: April 1964.

Samensteller: Ir. J.L.P. van Ek.

Samenvatting.

- I. In het rapport is afgeleid dat de Kinetische energie welke een voertuig loodrecht op de beveiligingsconstructie maximaal kan verkrijgen (onder scherp insturen vanaf de rijbaan), recht evenredig met de voertuigmassa en - boven zekere waarde voor de absolute snelheid (n.l. 69 km/u) - niet afhankelijk is van die absolute snelheid.
- II. In het rapport is een theorie ontwikkeld, waaruit het meest gewenste (ideale) gedrag van een middenbermconstructie naar voren komt, 'betrokken loodrecht op de langsrichting. Daarbij is uitgegaan van twee gedachten:
- a) Ieder voertuig, ongeacht de grootte van de massa moet bij botsing met de beveiliging eenzelfde maximale vertraging (\perp op de beveiliging) ondergaan.
 - b) De max. vertraging wordt bereikt bij een maximale uitbuiging van de constructie waarbij de kritische dwarsenergie v/d wagen geheel aan de constructie is afgegeven onder de aanname, dat de carrosserie geen plastische arbeid zal opnemen.

Uit de mathematische aanpak blijkt daarbij voor het gedrag van de beveiliging als kracht - verplaatsingsfunctie (karakteristiek) een e^{-x} -functie volgt.

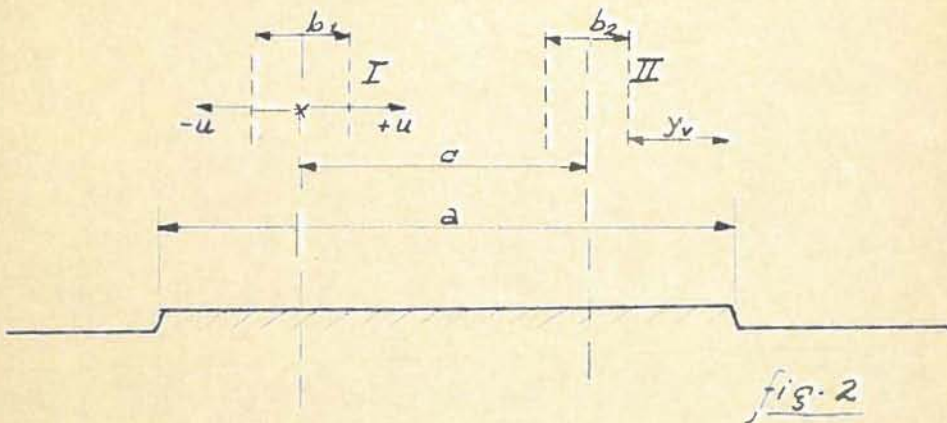
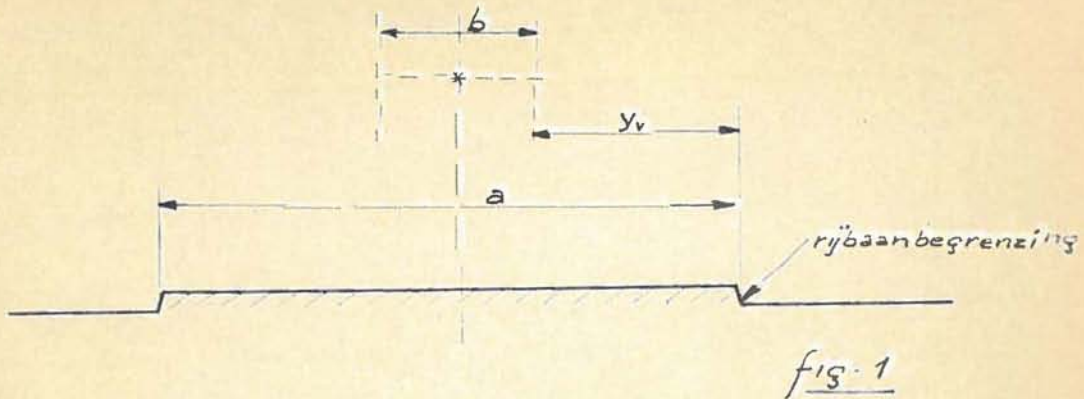
De exponent van de functie wordt bepaald door

- 1) De maximum vertraging, welke men als toelaatbaar stelt;
- of 2) De maximale uitwijking, die men op grond van een gegeven bermbreedte en voor zware wagens kan toestaan.

Inhoud:

1. Beschikbare breedte.
2. Karakteristieken (inleiding).
3. Energie-beschouwing.
4. Kinematisch model v/d dwarsbeweging; idealisering v/d karakteristiek.
5. Opmerkingen.

1. Beschikbare breedte.



Heeft een middenberm, gelegen tussen twee gescheiden rijbanen, een breedte a , dan kan voor een beveiliging gedacht worden aan:

- 1) Een centrale langsconstructie (Fig. 1.).
- 2) Twee langsconstructies, onderling onafhankelijk (niet gekoppeld), ieder van de buitenzijde aanrijdbaar (Fig. 2.).

Per constructie kan in de dwarsrichting in principe nog een verschil gemaakt worden in gedrag (weerstand tegen dwarsverplaatsing of uitbuiging), dus al naar uitbuiging in $+u$ of $-u$ richting.

Men onderscheiden twee belangrijke grootheden in dwarsrichting:

- a) Maximale uitbuiging y^{max} , naar links of rechts uit het oorspronkelijke hart van de doorsnede (u) (van Fig. 1 en 2), d.w.z. de max. verplaatsing in dwarsrichting tot de constructie boven een der rijbanen komt.

b) Vrije inrijbreedte Y_v , links en rechts, is de dwarsafstand waarover de wagen in de middenberm kan komen zonder in aanraking te komen met de beveiliging.

Fig. 1.

$$Y_{max} = \frac{a - b}{2}$$

$$Y_v = \frac{a - b}{2}$$

Fig. 2.

$$Y_{max_1} = c - b_1 \quad \text{tot contact tussen I en II optreedt.}$$

$$Y_{max_2} = \frac{a - c - b_1}{2} \quad \text{nadat contact tussen I en II optreedt.}$$

$$Y_{max} = Y_{max_1} + Y_{max_2} = \frac{a + c - 3 b_1}{2} \quad \text{totaal}$$

$$Y_v = \frac{a - c - b_1}{2} \quad \text{vrije inrijbreedte.}$$

Voorlopig is in het midden gelaten, of de beveiligingen zuiver in dwarsrichting verplaatsen dan wel neerbuigen of breedteverandering (b_1) ondergaan.

De vraag is nu, welke van de twee principes het gunstigst is, op welke wijze de beschikbare ruimte het beste is benut.

Allereerst dient opgemerkt, dat ② gezien de dubbele uitvoering (in het algemeen!) kostbaarder zal zijn.

Voorts is in grafiek 1a de uitdrukking voor Y_{max} van beide constructies afgebeeld.

Voorbeeld:

$$a = 3,5 \text{ m} \quad b_1 = b_2 = 0,2 \text{ m.}$$

Voor Fig. 1.: $Y_{max} = 1,65 \text{ m.}$

Voor Fig. 2.: $Y_{max} > 1,65 \text{ m n.l.}$

Hetgeen dus bij een zelfde breedte a een groter "rem-weg" voor de dwarsbeweging van het voertuig betekent, dus in het algemeen dwarsvertragingen aan het voertuig lager kunnen blijven dan met een constructie overeenkomstig Fig. 1.

c	Y_{max}
1	1,95
2	2,45
3	2,95

Belangrijk is echter ook Y_v . Deze grootte is de speelruimte, waarbinnen een wagen met zijn bestuurder de gelegenheid hebben en zonder botsing en aanrijding met de constructie (d.i. zonder schade aan voertuig en constructie en zonder grote vertragingen voor de personen) het in de middenberm geraken tot een gunstige afloop te brengen.

Grafiek 1b geeft de uitdrukking voor Y_v van beide constructies, gesteld dat $b = b_1 = 0,2 \text{ m.}$

Uit de grafieken volgt uiteraard, dat voor zekere waarde van a, van de twee constructies Fig. 2 een grotere Y_{max} geeft bij kleinere waarde voor Y_v .

Voorbeeld:

$a = 3,5 \text{ m}$ $b = b_1 = 0,2 \text{ m}$

Voor Fig. 1. $Y_v = 1,65 \text{ m}$

Voor Fig. 2. $Y_v < 1,65 \text{ m}$ n.l.

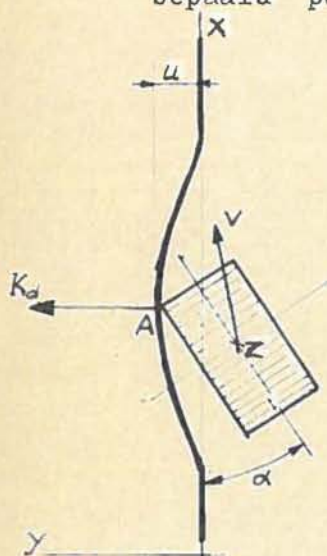
c	Y_v
1	1,15
2	0,65
3	0,15

Resumerend kan gezegd worden, dat voor zekere (b.v. uit de constructie volgende) waarde van b, b_1 :

- a) Constructie 1 een relatief grote vrije inrijbreedte geeft ten laste van een geringere max. uitbuiging.
- b) Constructie 2 de mogelijkheid biedt, om (door variatie van c) een zekere vrije inrijbreedte te kiezen en een optimale waarde voor Y_{max} te bereiken.
- c) Constructie 2 over het algemeen kostbaarder is door zijn tweedelige uitvoering en ondersteuning.

2. Karakteristieken. (inleiding)

Onder een karakteristiek van een beveiliging wordt verstaan : het verband tussen dwarskracht en dwarsverplaatsing in een bepaald punt van de constructie, en in het horizontale vlak.



In Fig. 3 is dit het verband $K_d = (u)$.
Fig. 3 is een bovenaanzicht, het voertuig voorgesteld door een rechthoek, inrijdend onder een hoek.

Dit verband is belangrijk, omdat dit bij gegeven voertuig-massa, snelheid en inrijhoek, in zeer belangrijke mate de voertuigvertragingen en de uitbuiging van de constructie bepaalt.

Als complicatie treden een aantal variabelen op die het minder eenvoudig maken, om uit een karakteristiek de voertuigvertragingen in de richting van K_d af te leiden, waarvan zijn te noemen:

- a. Het verschil in statisch en dynamisch gedrag v/d beveiliging (zie ook pag. 12)
- en vaak b. Het verschil dat optreedt (u de grootte van K_d),

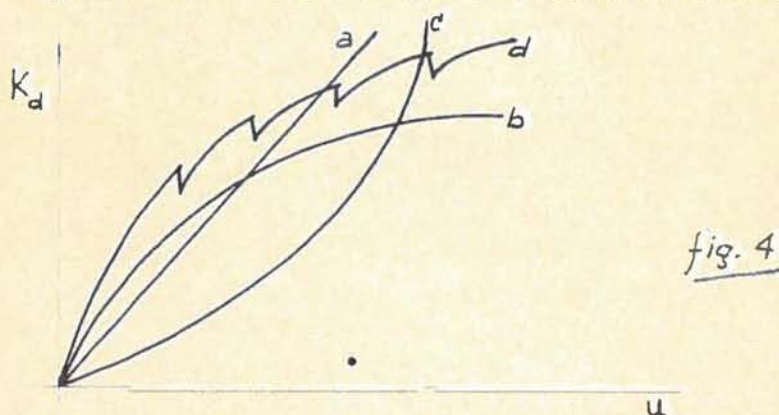
Wanneer men bij constante U het aangrijpingspunt van K_d // aan de Y -as verschuift. (discontinuiteit van de beveiliging).

Bestaat de constructie b.v. uit vakken, waarin per vak aan weerszijden een paal in de grond slaat, dan zal tijdens de botsing K_d niet alleen veranderen op grond van variabele U , maar tevens door de verplaatsing van het botsingspunt A over één of meer vakken (langs of // aan de X -as).

Het verschil in dynamisch en statisch gedrag vindt zijn oorsprong o.a. in een massaeffect. (zie pag. 17)

Dit is op te vatten als het aanrijden van een zekere massa (vertegenwoordigd door de constructie-delen in de buurt van het aanrijpunt), dat een kracht K_d oproept benodigd om deze massa te versnellen.

Fig. 4 geeft een voorbeeld van een aantal karakteristieken.



- a. Lineair)
- b. Degressief) Continue karakteristiek
- c. Progressief)
- d. Discontinue degressieve karakteristiek

Opm. 1.

Discontinuiteit in (d) kan zijn oorzaak vinden in het plotseling scheuren of breken van bevestigingspunten in de constructie door het aanrijden met de wagen (direct), of door het overschrijden van de plaatselijke breuksterkte (indirect).

Opm. 2.

Heeft men een discontinue beveiliging - b.v. kabelconstructies afgespannen op palen - dan kan zich het volgende beeld voordoen.

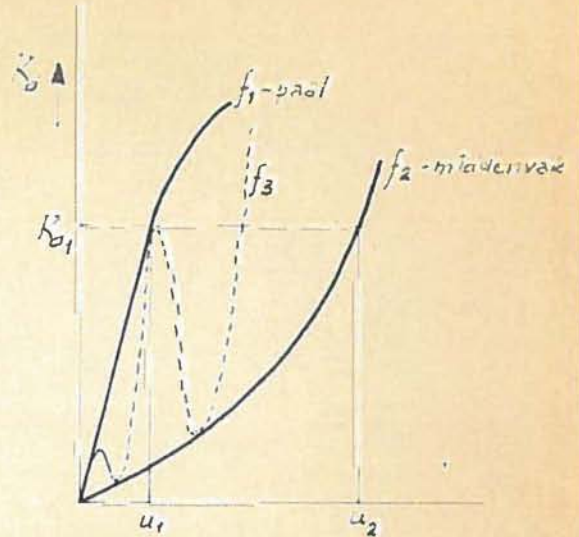
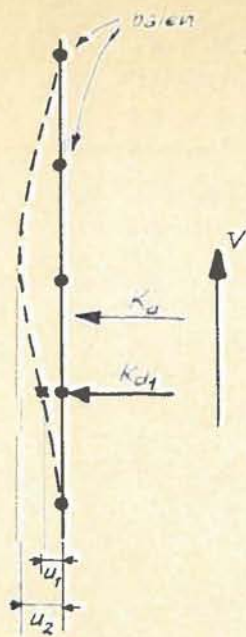


fig. 5

Grijpt K_{d1} aan precies op een paal, dan volgt ter plaatse een uitbuiging U .
 Grijpt een even grote kracht K_d , aan midden tussen twee palen, dan een uitbuiging U_2 .
 Loopt K_{d1} met zekere afnemende snelheid V langs de constructie, dan varieert de karakteristiek dus tussen f_1 en f_2 zodat men niet van de karakteristiek kan spreken.

De botsing zelf kan worden voorgesteld in dwarsrichting, als zulk een kracht K_d lopend langs de constructie, echter met wisselende grootte.

In de karakteristiek is dan niet zonder meer aan te wijzen, welke kracht K_d zal heersen, indien men naast gegevens over de uitbuiging niet beschikt over de baan van het voertuig; mogelijk wordt f_3 gevolgd (bij voorbeeld).

Berekening van de maximale uitbuiging, de dwarsversnellingen etc., is dan zeer veel bezwaarlijker dan bij continue systemen.

3. Energiebeschouwing.

De vraag is aan de orde, hoe groot de kritische energie is, die bij de botsing op een middenbermconstructie wordt ingebracht. Uit de mechanica is bekend, dat voor een werking in een bocht geldt

$$\rho = \frac{v^2}{u \cdot g} \tag{1}$$

waarin ρ = boogstraal van het voertuig.

v = snelheid van het voertuig.

u = adhesie coëff. tussen banden en wegdek.

g = gravitatie constante = $10^m / \text{sec.}^2$

Bij aanvankelijke afstand tussen een voertuig en de beveiliging, p , (fig. 6) is verder eenvoudig af te leiden dat ongeveer geldt:

$$\cos \alpha_0 = \frac{\rho - p}{\rho} \quad \text{of} \quad \alpha_0 = \arccos \frac{\rho - p}{\rho} \tag{2}$$

waarin α_0 = inrijhoek van het voertuig op moment van botsing.

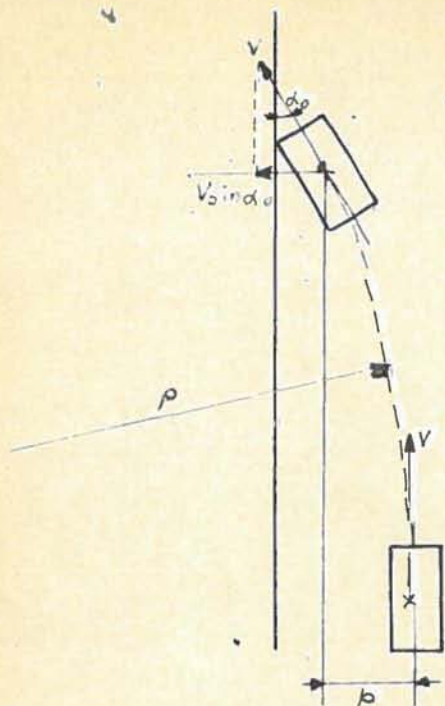


fig. 6

Verder is $E_t = \frac{1}{2} m v^2$

(3)

waarin E_t = totale kinetische energie van het voertuig, juist voor de botsing.
 m = voertuig massa.

en $E_d = \frac{1}{2} m v^2 \sin^2 \alpha_0$

(4)

waarin E_d = kinetische energie van het voertuig in dwarsrichting, juist voor de botsing.

Formule (1) is op grafiek 1 voor verschillende waarden van μ uitgezet.

Formule (2) idem in grafiek 2 voor verschillende waarden van ρ (rechts).
 Formule (3) en (4) in grafiek 3 en 4.

Uit (1) en (2) is af te leiden

$$\sin^2 \alpha_0 = g\mu \frac{(2v^2 - 8u\rho)}{v^4}$$

(5)

met (4) levert dit

$$E_d = \frac{1}{2} m g u \rho \left(2 - \frac{8u\rho}{v^2} \right)$$

(6)

Bevindt zich een voertuig dus aanvankelijk op een afstand ρ van de beveiliging, met een snelheid v evenwijdig daaraan, dan is bij een maximale $u = u_{\max}$

$$E_{d_{\max}} = \frac{1}{2} m g \mu_{\max} \rho \left(2 - \frac{8u_{\max} \rho}{v^2} \right)$$

(7)

benadert: (8)

$$E_{d_{max}} = m g \mu_{max} p$$

met een fout $\leq 5\%$ indien $\frac{g \mu_{max} p}{v^2} \leq 0,1$ (9)

Stelt men, dat in fig. 6 niet onmiddellijk de bochtstraal ρ wordt ingezet, maar een aanloopboog nodig zal zijn tijdens welke de stuur- en drifthoeken worden opgebouwd, dan zal duidelijk zijn dat α_0 kleiner is dan aangegeven in (5) dus E_d kleiner dan in (7).

Het is minder eenvoudig deze aanloopboog te berekenen, daarom zal compensatie gezocht worden in een waarde voor u_{max} , welke lager wordt gekozen dan als reëel maximum (0,8) mag worden aangenomen. n.l.

$$u_{max} = 0,6 \quad (10)$$

dan geldt uit (8) en (9) met p voor het Ned. wegennet gesteld op maximaal 6 meter (zie fig. 6)

$$E_{d_{max}} = 10.6.0,6 \text{ m} = 36 \text{ m} = q.m. \quad (11)$$

met een fout $\leq 5\%$ indien $v \geq \sqrt{\frac{p.g.0,6}{0,1}}$ (11a)

$$\text{of } v \geq 19,0 \text{ m/sec.} = 69 \text{ km/uur} \quad (12)$$

Personenwagens:

$$m \leq 2000 \text{ kgmassa.}$$

$$\text{dus } \underline{E_{d_{max}} \leq 72 \text{ ton m}^2/\text{sec.}^2} \quad (13)$$

Vrachtwagens:

$$m \leq 10.000 \text{ kgmassa}$$

$$E_{d_{max}} \leq 360 \text{ ton m}^2/\text{sec.}^2 \quad (\text{zie grafiek 4}) \quad (14)$$

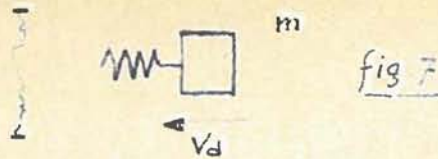
Opmerkelijk is, dat $E_{d_{max}}$ onafhankelijk van de snelheid is, dus de snelheid naar boven toe onbegrensd is, hetgeen niet uit (4) vermoed kon worden, maar samenhangt met de bovengrens voor de inrijhoek, welke grens voor toenemende snelheid daalt. (formule 5).

Aangenomen zal worden dat de berekende hoeveelheid dwarsenergie $E_{d_{max}}$ geheel moet worden opgenomen door plastische vervorming van de beveiliging en de wagencarrosserie het contact van banden met de grond daarbij buiten beschouwing latend.

4. Kinematisch model v/d dwarsbeweging, idealisering v/d karakteristiek.

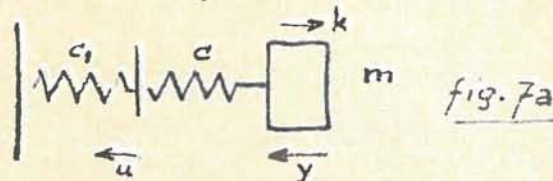
a. We beschouwen het voertuig als een combinatie van een starre massa en verbonden met een veer (c); in de dwarsrichting

(dus loodrecht op de beveiliging) botst het met aanvankelijke snelheid v_d op een systeem (fig. 7).



De lineaire veer stelt de carrosserie voor en de indrukking is volplastisch (veer komt niet terug).

Als voorbeeld wordt nu de beveiliging voorgesteld door een lineaire veer C_1 , zodat het beeld van fig. 7a ontstaat.



$$\text{Reeds werd gesteld dat } Ed = qm = \frac{1}{2} m v_d^2 = \frac{1}{2} m(Y)^2 \quad (11a)$$

Voor de onderhavige beweging geldt:

$$Y_{\max} = \sqrt{\frac{2 qm}{c_v}} \quad (15)$$

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{2 qm c_v}{c_1}} \quad (16)$$

$$\text{waarin } c_v = \frac{c_1 c}{c_1 + c} \quad (17)$$

$$-Y_{\max} = a_{\max} = \sqrt{\frac{2q c_v}{m}} \quad (18)$$

$$K_{\max} = \sqrt{2qmc_v} \quad (19)$$

Uit het Cornell rapport bleek de waarde van C voor Am wagens ($m \approx 1800$ bijmassa) te zijn $\sim 1,5 \cdot 10^5$ N/m.

In grafiek 5 is formule 17 uitgezet tegen C_1 voor enkele waarden van C .

Grafiek 6 geeft A_{\max} (18) voor $m = 1,2$ en 10 tonmassa bij waarden van C resp. 10^5 , $1,5 \cdot 10^5$ en $5 \cdot 10^5$ N/m als variabele van C_v (dus daarmee van C_1 : de beveiliging). De uiterste waarden voor A_{\max} worden bepaald door de (asymptotische) bovengrens aan C_v blijkens grafiek 5.

In grafiek 6a is uitgezet U_{\max} als functie van C_1 voor de drie gevallen:

- | | | |
|---------------------|--------------------------|------------------------|
| a) $m = 1$ tonmassa | b) $m = 2$ tonmassa | c) $m = 10$ tonmassa |
| $C = 10^5$ N/m | $C = 1,5 \cdot 10^5$ N/m | $C = 5 \cdot 10^5$ N/m |

Tenslotte is nog belangrijk te weten, welk deel van de totale energie wordt opgenomen door de veer C_1 (beveiliging).

$$\beta = \frac{E_1}{E_d} = \frac{k \max. U_{\max}}{2 qm} = \frac{Cv}{C_1} = \frac{C}{C + C_1} \quad (20)$$

Tabel 1 geeft enkele waarden.

C	C_1	β
10^5	10^5	0,5
1.0^5	5.10^5	0,167
10^5	10^6	0,1
$1,5.10^5$	5.10^4	0,75
$1,5.10^5$	1.10^5	0,6
id	2.10^5	0,43
id	5.10^5	0,23
id	10^6	0,13
5.10^5	10^5	0,83
5.10^5	5.10^5	0,5
5.10^5	10^6	0,33

Interpretatie.

Uit dit voorbeeld blijkt (grafiek 6), dat voor zekere waarden van C_1 voertuigen met kleine massa grote vertragingen ondergaan en met grote massa kleine vertragingen.

Deze discriminatie naar de voertuigmassa is ongewenst.

De uitwijking U_{\max} neemt weer toe voor waarden van

$$C_1 \leq \sim 1,5.10^5 \text{ N/m.}$$

Echter neemt voor kleine C_1 het gedeelte energie, dat de levering opneemt (β), ook sterk toe.

b. Bepaling ideale karakteristieken.

De beweging van het voertuig wordt weer uitsluitend bekeken in de richting loodrecht op de beveiliging.

Uitgegaan wordt van een voertuig met massa m en een kinetische dwarsenergie qm .

Om een ideale vorm van de karakteristiek te vinden, moet een antwoord gevonden worden op de vraag:

Welke krachtfunctie moet men aan het voertuig opdringen, om een zo gunstig mogelijke afremming te verkrijgen.

Daarbij is uitgegaan van twee gedachten:

1. Alle massa's in een gebied van 800 tot 10.000 kgmassa, d.w.z. van lichte personenwagens tot zware vrachtwagens moeten bij botsing eenzelfde maximale vertraging (a_1) bereiken.
2. De max. vertraging wordt bereikt bij een maximale uitbuiging waarbij de gehele kinetische dwarsenergie juist door de constructie is opgevangen.

Eenvoudigheidshalve is verondersteld dat de carrosserie geen arbeid opneemt en niet vervormt, dus een starre massa vormt.

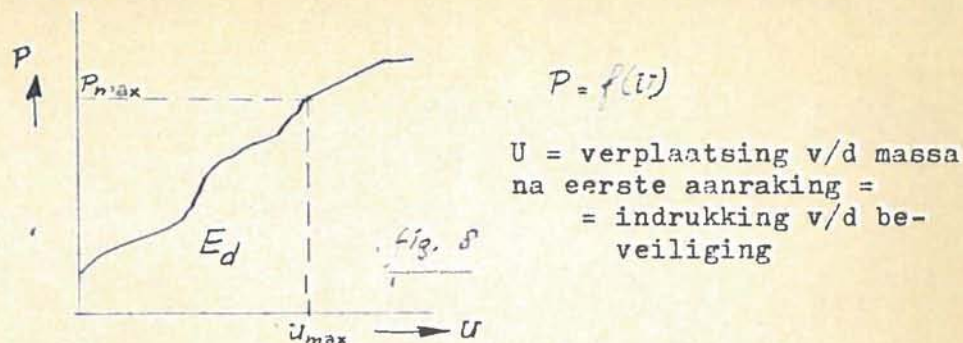


Fig. 8 stelt een willekeurige monotoon stijgende functie, voor welke de karakteristiek vertegenwoordigt.

Nu moet op grond van de twee veronderstellingen:

$$E_d = qm = \int_0^{A_{\max}} P du \quad (25a)$$

$$A_{\max} = \frac{P_{\max}}{m} = A_1 = \text{constant d.w.z. onafhankelijk van } m.$$

$$\left. \begin{aligned} E &= \int P du \\ dE &= P du = q dm \\ dP &= A_1 dm. \end{aligned} \right\} P du = \frac{q}{A_1} dP$$

De functie $P = f(u)$ stelt eveneens de reeks punten voor, afgebeeld door P_{\max} voor variabele m .

Oplossing:

$$U = \frac{q}{A_1} \ln P + C_1$$

$$\text{of } P = e^{A_1/q (U - C_1)} \quad (26)$$

$$\int_0^{A_{\max}} P du = qm \quad \text{levert: } m = \frac{1}{A_1} C^{A_1/q} (U_{\max} - C_1) + C_2 \quad (27)$$

$$\text{of } U_{\max} = \frac{q}{A_1} \ln A_1 (m - C_2) + C_1 \quad (28)$$

Formule (2b) is in grafiek 7 opgetekend voor enkele waarden van a_1 ; a_1 is de maximale vertraging voor willekeurige massa en met kin. energie (dwars) groot qm waarin $q = 36 \text{ m}^2/\text{sec}^2$.

Duidelijk is dat voor kleine waarden van $(U - C)$ praktisch geen arbeid wordt overgedragen, daar de krachten zeer klein blijven.

Verder blijkt uit (26), dat $P \neq 0$ tenzij $U = -\infty$
Dit betekent, dat de aard van de krachtsfunctie zodanig
is, dat tot het bereiken van een zekere kracht P_0

$$P_0 = C^{-a_1/a} C_1 \text{ geen indrukking optreedt.}$$

Dit is statisch moeilijk voorstelbaar, maar zal later
in de vorm van een massaeffect nader worden benaderd
(dynamisch effect).

Verder is de bepaalde integraal v/d overgedragen arbeid
voor $U = 0 \rightarrow U$

$$E_d = \int_0^U P du = \frac{a}{a_1} (e^{a_1/a} (a - c_1) - e^{a_1/a} c_1) \quad (29)$$

waarbij $E_d = 0$ voor $U = 0$ als rand voorwaarde gesteld,

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{q}{a_1} (e^{a_1/a} (U_{max} - c_1) - e^{-a_1/a} c_1) \\ &= \frac{q}{a_1} e^{-a_1/a c_1} (e^{a_1/a} U_{max} - 1) \end{aligned} \quad (30)$$

Voorts is:

$$U_{max} = \frac{q}{a_1} \ln \left(1 + \frac{m a_1}{e^{-a_1/a} c_1} \right), \quad (31)$$

$$\text{waarbij steeds } e^{-a_1/q c_1} = P_0. \quad (32)$$

Bepaling van C_1

C_1 kan vrij worden gekozen en zal bepaald worden uit de
overweging, dat een kleine massa ($m = 800$ kgmassa) bij eerste
aanraking ($u = 0$) een stoot mag krijgen, resulterend in een
vertraging van ten hoogste $5 \text{ m/sec.}^2 = 0,5 \text{ g.}$

$$P_0 = 4000 \text{ Newton} = e^{-a_1/a} C_1 \quad (33)$$

$$\text{Ingevuld in (26) geeft: } P = 4000 e^{a_1/a} U_{max} \quad (34)$$

$$\text{in (31) geeft: } U_{max} = \frac{q}{a_1} \ln \left(1 + \frac{m a_1}{4000} \right) \quad (35)$$

Formule (34) is grafisch uitgezet in grafiek 9, formule (35)
in grafiek 8.

Grafiek 9 nu is een reeks karakteristieken, waaruit men een
keuze kan doen afhankelijk van de maximale vertraging a_1 ,
welke men toelaatbaar acht voor de voertuigmassa.
De streep-stip lijnen in grafiek 9 stellen voor: het ver-
loop van de maximaal optredende kracht P_{max} en uitwijking
 U_{max} voor enkele waarden van de massa en in het gebied der
personenvoertuigen, afhankelijk van a_1 . De snijpunten van deze
lijnen met de karakteristieken geven aan de max. kracht
 P_{max} , welke de constructie in dwarsrichting moet kunnen ver-
dragen alvorens breuk optreedt of beter nog: alvorens zak-
vorming in de constructie optreedt, waarbij het voertuig

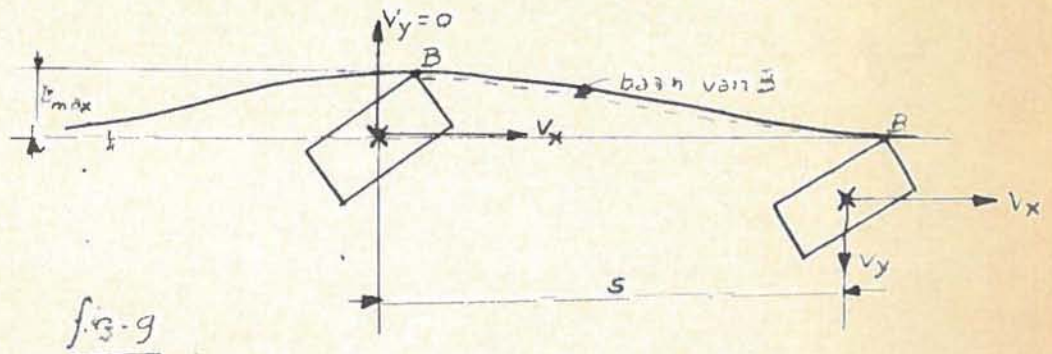
in de constructie gaat vastlopen, gepaard met hoge vertragingen.

De karakteristieken zijn dus dienstig, omdat zij het verband geven dat men wenst en dus moet nastreven bij dimensionering van enigerlei middenbermbeveiliging; anderzijds is de maximale breuksterkte, of beter: het krachtsbereik, waarbinnen de constructie wél plastisch vervormt maar geen zakvorming vertoont, af te lezen en in een eventuele sterkteberekening op te nemen.

Opmerking:

De opgenomen energie $E = qm$ zal in het ideale geval geheel plastisch door de beveiliging zijn opgenomen, zodat geen uittragesnelheid van het voertuig ontstaat, welke immers het gevolg kan zijn van teruggifte van elastische energie aan het voertuig.

Hierbij komt nog een ander facet naar voren, n.l. het effect van de langs beweging.



Stel op zeker moment is de max. uitbuiging U_{max} bereikt, b.v. punt A in grafiek 9, waarbij alle dwarsenergie qm is afgestaan en $V_y = 0$.

Dan zal bij het verdere verloop van de beweging, voor afnemende U tot $U = V$ na een afstand S , een zekere snelheid $-V_y > 0$ worden opgebouwd zonder dat dit behoeft voort te vloeien uit teruggifte van elastische energie uit de beveiliging.

De grootte van $-V_y$ zal kleiner zijn, naarmate V_x over de afstand S een kleinere waarde heeft.

Dit betekent ook, dat het verloop van uitbuiging voor de situatie $U = U_{max}$ over een zo groot mogelijke lengte van de beveiliging moet plaatsvinden: d.w.z. geen zakvorming maar een over grote lengte uitbuigende beveiliging.

Grafiek 8 geeft het verband tussen U_{max} en m voor verschillende waarden van a_1 .

Gaat men nu uit van een zekere middenbermbreedte (zie ook hoofdstuk 1), leidend tot een maximaal toegestane uitbuiging U_{max} , dan is uit grafiek 8 (of formule 35) voor zeker gebied van massa's (b.v. 0,8 tot 2 tonmassa) te komen tot een waarde voor a_1 .

Daarmede is in grafiek 9 de gewenste karakteristiek te vinden, of uit formule 34 de exponent van de e -functie.

Voorbeeld.

Max. uitbuiging $U_{max} = 1,5$ m.
 Massa van 2 tonmassa moet daarbij nog worden opgevangen.

$$U_{max} = \frac{q}{a_1} \ln(1 + \frac{ma_1}{4000})$$

$$e^{U_{max}} = (1 + \frac{ma_1}{4000})^{\frac{q}{a_1}}$$

stel $\frac{ma_1}{4000} \gg 1 \quad (\frac{ma_1}{4000})^{\frac{q}{a_1}} = e^{U_{max}} = 3,96 = (\frac{2000}{4000} a_1)^{\frac{q}{a_1}}$

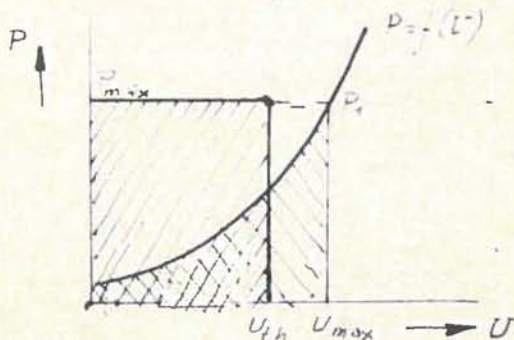
of met $q = 36 \text{ m}^2/\text{sec}^2 \quad a_1 = 10^4 \text{ m}/\text{sec}^2 = 10,4 \text{ g.}$

De karakteristiek wordt $P = 4000 \frac{a_1}{q} U = 4000^{2,89} U$ Newton

Waarbij $P_{max} = ma_1 = 2000 \times 10^4 = 208000 \text{ N} = 20,8 \text{ ton force.}$

(inderdaad was $\frac{ma_1}{4000} = 52 \gg 1.$)

Het breedterendement η



$$E_{tot} = qm = \int_0^{U_{max}} P \cdot U \cdot dU$$

$$E_{tot} = qm = P_{max} \cdot U_{th}$$

Onder het breedterendement η wordt verstaan:

$$\eta = \frac{U_{th}}{U_{max}}, \tag{36}$$

waarin U_{th} = de uitwijking welke optreedt bij een constante kracht $P_1 = P_{max}$.

U_{max} = de max. uitwijking welke optreedt bij de karakteristiek $P = f(U)$ voor $P = P_{max} = P_1$.

U_{th} is dus de minimale uitwijking, welke nog mogelijk is voor een bepaalde maximaal toegelaten kracht (P_1).

$$\text{met } U_{th} = \frac{Ed}{P_{max}} = \frac{qm}{a_1 m} = \frac{q}{a_1}$$

$$\text{en (31) : } U_{\max} = \frac{q}{a_1} \ln \left(1 + \frac{ma_1}{4000} \right)$$

volgt

$$\eta = \frac{1}{\ln \left(1 + \frac{ma_1}{4000} \right)} \quad (37)$$

Het rendement stelt dus voor een "verspilling" van middenbermbreedte bij de functie $P = f(U)$ t.o.v. een theoretisch geval.

Opmerking:

Hieruit schijnt te volgen dat de horizontale karakteristiek ideaal is, omdat daarvoor steeds zou volgen $\eta = 1$. Dit is echter niet het geval, omdat:

1. Door keuze van P (b.v. 5000 kg) krijgen kleine massa's een grote maximale vertraging en grote massa's en kleine max. vertraging.
2. Een stootfunctie bij eerste aanraking optreedt, groot P_{\max} kgf.

Deze effecten treden niet op bij de hiervoor ontwikkelde karakteristieken, hetgeen echter gepaard gaat met grotere uitwijkingen, tot uitdrukking gebracht in het breedterendement.

In grafiek 10 is het breedterendement η uitgezet voor verschillende waarden van a_1 .

Voor een bep. waarde van a_1 blijkt het rendement groot te zijn, wanneer men met relatief kleine massa's inrijdt en omgekeerd.

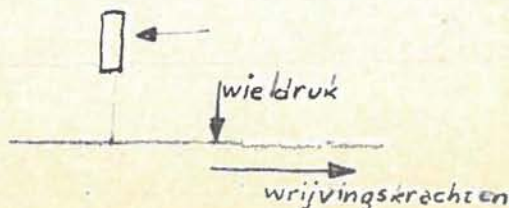
Dit wijst erop, dat de ontwikkelde karakteristieken minder gunstig zijn voor het beveiligen tegen grote massa's.

Dit komt doordat, inrijdend met grote massa, het beginstuk van de karakteristiek kleine krachten geeft voor deze grote massa en daarbij dus nuttige middenbermbreedte niet optimaal wordt benut.

Dit beginstuk van de karakteristiek moet echter bij relatief kleine krachten verlopen, daar een kleine massa door kleine krachten moet worden tegengehouden om de vertraging klein te houden.

Men zou dus eigenlijk een karakteristiek moeten hebben, welke tijdens de aanrijding van het begin af discreminerend werkt naar de grootte v/d inrijdende massa d.w.z. van grote massa stijf is en voor kleine massa slap.

Dit effect is denkbaar voor een beveiliging die los op de grond staat en door het voorwiel nog extra op de grond wordt gedrukt.



Voorts kan men de karakteristieken in het gebied $P = F_c$ tot $a_1 m$ als m is klein = 800 kgmassa steiler doen verlopen.

Immers ligt op dit stuk geen enkele waarde van P_{max} . voor reële massa's en is dit verloop niet van belang voor de max. vertraging a_1 van enige reële massa.

In grafiek 9 zijn de snijpunten voor $m = 0,8$ tm de kleinste waarden van de karakteristieken, waarvoor de twee stellingen waarvan is uitgegaan (pag. 9) moeten gelden, n.l. dat alle massa's (800 - 10000 kgmassa) eenzelfde maximale vertraging moeten ondergaan en dat deze vertraging wordt bereikt op een punt, waarbij de tot. kinetrische dwarsenergie (qm) juist is overgedragen.

Men mag het stuk voor $P \geq P_0$ tot a_1 voor $m = 800$ kg-massa dus een willekeurige vorm geven.

Hierbij geldt één restrictie, n.l. dat de toename van de vertraging per tijdseenheid, dus $\frac{da}{dt}$ zekere waarden niet te boven gaan.

Deze waarde kan volgens gegevens uit de ergonomie gesteld worden op $\frac{da}{dt} \leq 500$ g/sec.

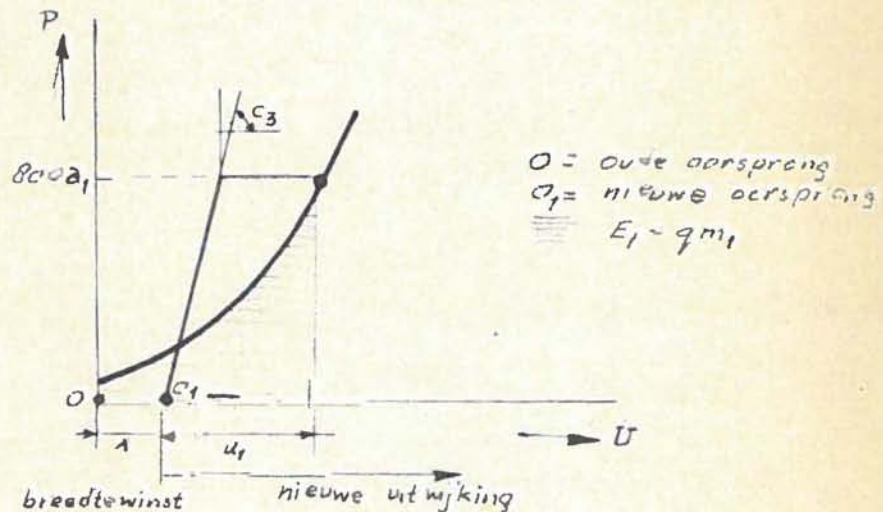
$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dP}{dU} \frac{dU}{dt}$$

voor $U = 0$ geldt $\frac{du}{dt} = Vd = \sqrt{2q} = 8,5$ m/sec.

Voor het ongunstigste geval wordt dus $\frac{dP}{du} \leq \frac{5000 \cdot 800}{8,5} = C_3$

of $C_3 \leq 4,7 \cdot 10^5$ N/m hetgeen vrij groot is.

We zullen nu het genoemde beginstuk der karakteristieken een nieuwe vorm geven van de volgende gedaante



Daarbij moet het oppervlak tussen de functie $P=f(u)$ en de u - as zijnde de arbeid voor $m_1 = 0,8$ tonmassa gelijk blijven

$$E_1 = qm_1 = 36.800 = 28,8 \cdot 10^3 \text{ Nm.}$$

$$E_1 = m_1 a_1 u_1 - \frac{(m_1 a_1)^2}{2 C_3} = q m_1. \quad (37a)$$

Voor $C_3 = \infty$ wordt $U_1 = U + h = q/a_1$

$U+h$	= 2	1	0,75	0,6	0,5	meter
als a_1	= 1,8 g	3,6 g	4,8 g	6 g	7,2 g	

Bij $C_3 = 4,7 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ wordt

$$U_1 = \frac{q}{a_1} + \frac{800 a_1}{2 \cdot 4,7 \cdot 10^5} = \frac{q}{a_1} + 0,85 \cdot 10^{-3} a_1,$$

zodat met $q = 36 \text{ m}^2/\text{sec}^2$

U_1	= 2,02	1,03	0,79	0,65	0,561
als a_1	= 1,8 g	3,6 g	4,8 g	6 g	7,2 g

De karakteristieken worden nu:

$$P = C_3 U \quad \text{met } C_3 = 4,7 \cdot 10^5 \text{ N/m voor } P \leq 800 a_1 \text{ Newton} \quad (38)$$

$$P = 800 a_1 \quad \text{voor } \frac{800 a_1}{C_3} > U < U_1 \quad (39)$$

$$P = 800 a_1 C^{a_1/q (U-U_1)} \quad \text{voor } U > U_1, \quad (40)$$

$$\text{waarin } U_1 = \frac{q}{a_1} + \frac{m_1 a_1}{2 C_3} \quad m_1 = 0,8 \text{ t.massa} \quad (41)$$

In grafiek 11 zijn deze karakteristieken uitgezet voor enkele waarden van a_1 .

De streep-stip-lijnen geven de maxima voor P_{\max} , U_{\max} voor enkele massa's.

Voor $m = m_1 = 0,8 \text{ t.massa}$ loopt deze lijn door de eindpunten der horizontale stukken, krachtens (41) en (37a).

Daarbij is nog

$$U_{\max} = U_1 + \frac{q}{a_1} \ln \left(\frac{m}{800} \right)$$

$$= \frac{q}{a_1} + \frac{m_1 a_1}{2 C_3} + \frac{q}{a_1} \ln \left(\frac{m}{800} \right)$$

$$\text{of } U_{\max} = \frac{36}{a_1} + \frac{800 a_1}{2 \cdot 4,7 \cdot 10^5} + \frac{36}{a_1} \ln \left(\frac{m}{800} \right) \quad (42)$$

steeds voor $m \geq 800 \text{ kg massa}$.

Het breedterendement wordt nu gunstiger dan (37) n.l.:

$$\eta = \frac{U_{th}}{U_{max}} = \frac{1}{1 + \ln\left(\frac{m}{800}\right) + \frac{m_1 a_1^2}{2qC_3}} \quad (43)$$

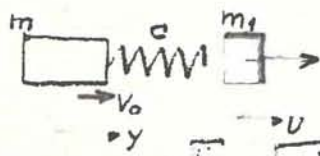
In grafiek 12 is η uitgezet voor enkele waarden van a_1 bij $C_3 = 4,7 \cdot 10^5$ N/m en $q = 36$ m²/sec.²

c. Het massa-effect.

Wanneer een wagen tegen een middenbermconstructie rijdt, is het van belang in te gaan op de vertraging die aan het voertuig ontstaat door het aanstoten van een (plaatselijke) massa in de beveiliging b.v. een paal.

In dit begingebied levert de beveiliging door de geringe indrukking in het algemeen nog geen statische weerstand in dwarsrichting, zodat het massa-effect daar geïsoleerd beschouwd kan worden.

Het voertuig moge nu weer worden voorgesteld door een massa m en veer C , het deel van de beveiliging dat het massa-effect veroorzaakt door een massa m_1 (b.v. paal).



$$K = c(y-u) = -my = m + u$$

$$K_{max} = mV_0 \sqrt{\frac{c}{m}} \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m}} \quad (44)$$

uit (11a) volgt $V_0 = \sqrt{2q} = 8,5$ u/sec, indien weer $q = 36$ m²/sec.²

$$a_{max} = V_0 \sqrt{\frac{c}{m}} \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m}} = Y_{max} \quad (45)$$

Grafiek 13 geeft het verband (45) voor de twee massa's m , die als grenzen van het gebied der personenvoertuigen mogen gelden.

De waarde van C komt voor $m = 2000$ kgmassa weer overeen met die van het Cornell-rapport; voor $m = 800$ kgmassa is een kleinere waarde aangenomen.

Verder is de max. indrukking van de veer:

$$(y-u)_{max} = \frac{K_{max}}{c} = V_0 \sqrt{\frac{m}{c}} \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m}}$$

De punten $(y-u)_{max} = 0,10$ en $0,2$ m zijn in grafiek 13 ingetekend; dit zijn de indrukkingen aan de wagen.

Opmerkingen.

1. Op grond van de eis, dat de beveiliging een vervorming ondergaat die zoveel mogelijk plastisch moet zijn, moet voor het gebruik van staal of stalen delen in de

constructie gelden, dat deze een grote plastische rek moeten kunnen ondergaan.

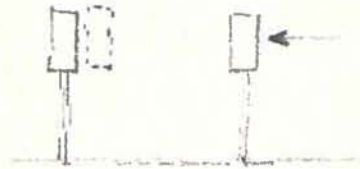
Daarbij betekent echter veelal het bereiken van de breukgrens een doorbreking van de constructie door het voertuig, soms zakvorming, wat bepaaldelijk vermeden moet worden.

Wellicht kan gedacht worden aan constructies onder weerspanning, welke bij aanrijding spoedig belast worden in het plastisch gebied.

2. De ideale karakteristieken (grafiek 11) zijn discontinue functies.

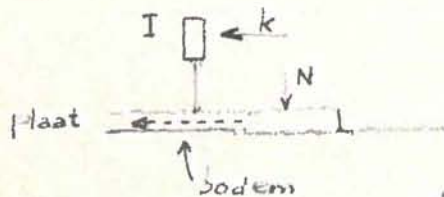
De punten, waar de discontinuïteit optreedt kunnen in de constructie worden verwezenlijkt door voor de werking van de constructie een "nieuwe fase" te doen ingaan.

Voorbeeld 1.



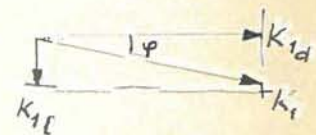
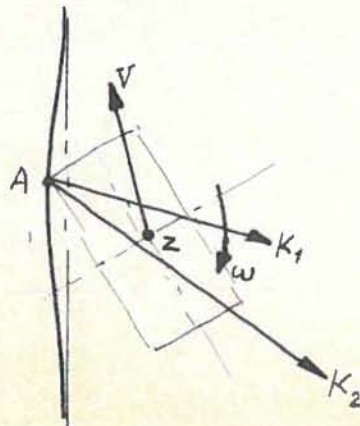
Is van rechts ingereden en het rechterprofiel verplaatst tot de gestippelde stand, dan treedt een nieuw effect op n.l. het in werking komen van het linker profiel.

Voorbeeld 2.



Overschrijd K een zekere waarde, dan zal afhankelijk van de wioldruk N de werking niet langer zijn het uitbuigen van I maar het geheel verschuiven van de plaat over de bodem.

3. De rotatie van het voertuig.



K = kracht tussen beveiliging en voertuig

De hoeksnelheid ω van het voertuig tijdens de botsing mag noch in pos. richting noch in neg. richting groot worden. $+\omega \gg 0$ betekent, dat het voertuig zeer snel bijricht en met de linkerachterzijde tegen de constructie slaat. $-\omega \gg 0$ betekent uitdraaiën van het voertuig en eveneens (verderop) nogmaals met de achterzijde botsen, soms omslaan van de wagen.

Men moet dus de situatie verkrijgen, dat K ongeveer door Z gaat.

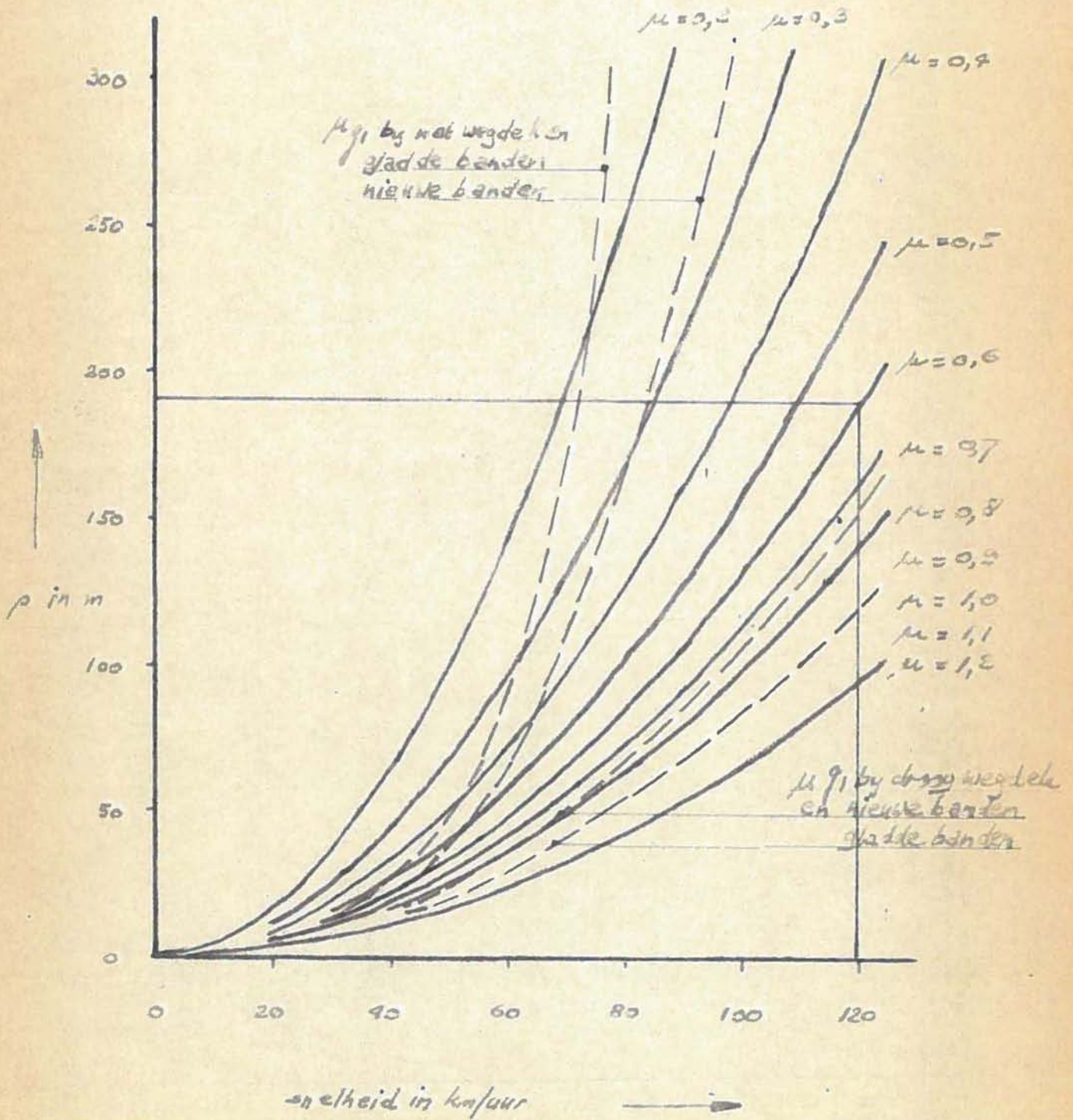
Ontbindt men b.v. K_1 in K/d en K/l kg $= \frac{K_1 l}{K_1 d}$

Nu blijkt in de praktijk, dat voor plaatselijke scherpe inbuiging ter plaatse A van de beveiliging een grote hoek φ ontstaat.

Ook is dit het geval, wanneer een grote wrijvingskracht langs de beveiliging optreedt.

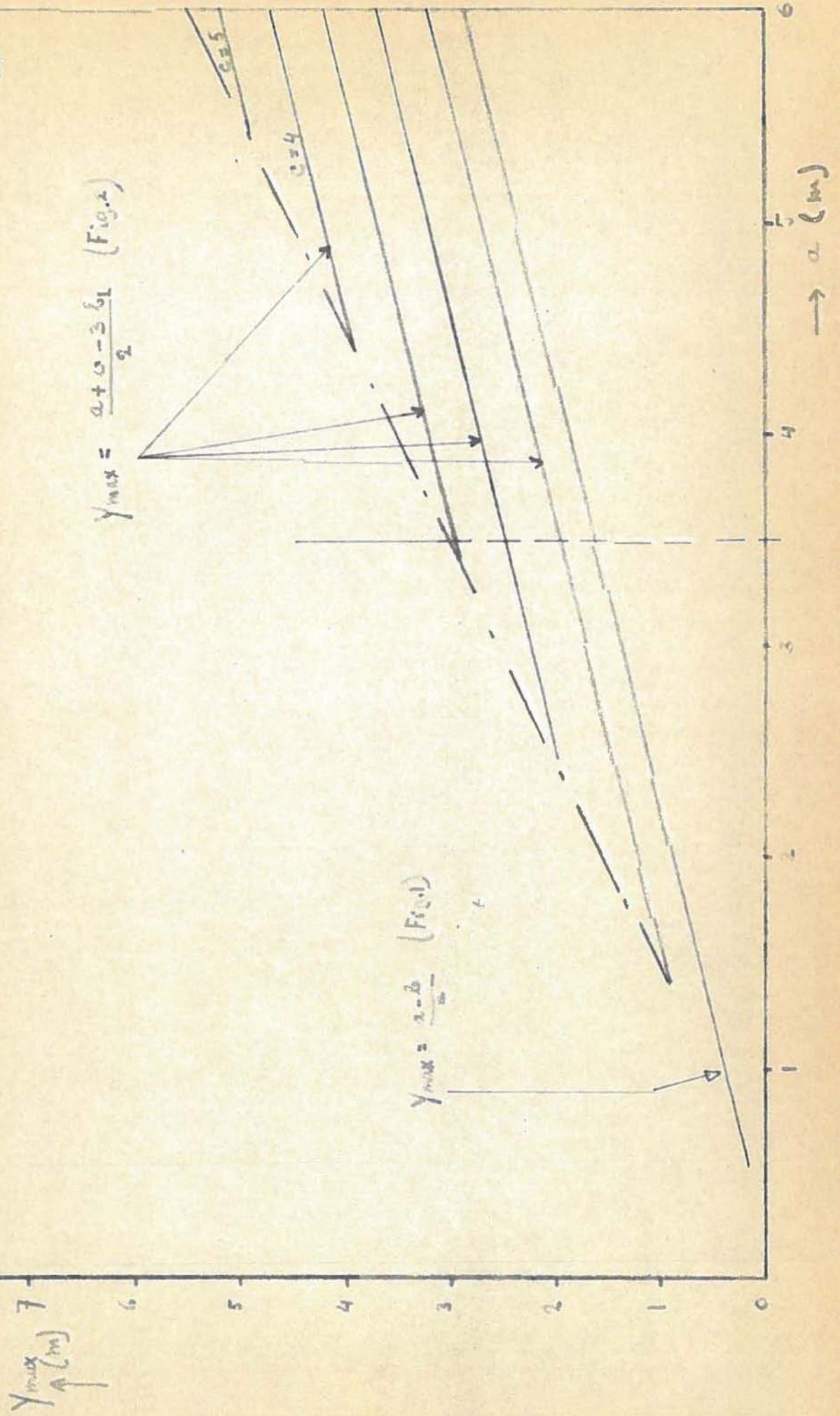
Grafiek 1.

$$\rho = \frac{v^2}{\mu \cdot g}$$



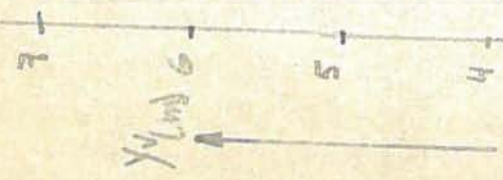
Grafiek 1^a

$b = b_1 = 0,2 \text{ m}$



Grafiek 1^b

$$b = b_1 = 0.2 \text{ m}$$



$$y_v = \frac{a \cdot b}{x}$$

$$y_v = \frac{a - c - b_1}{x_0}$$

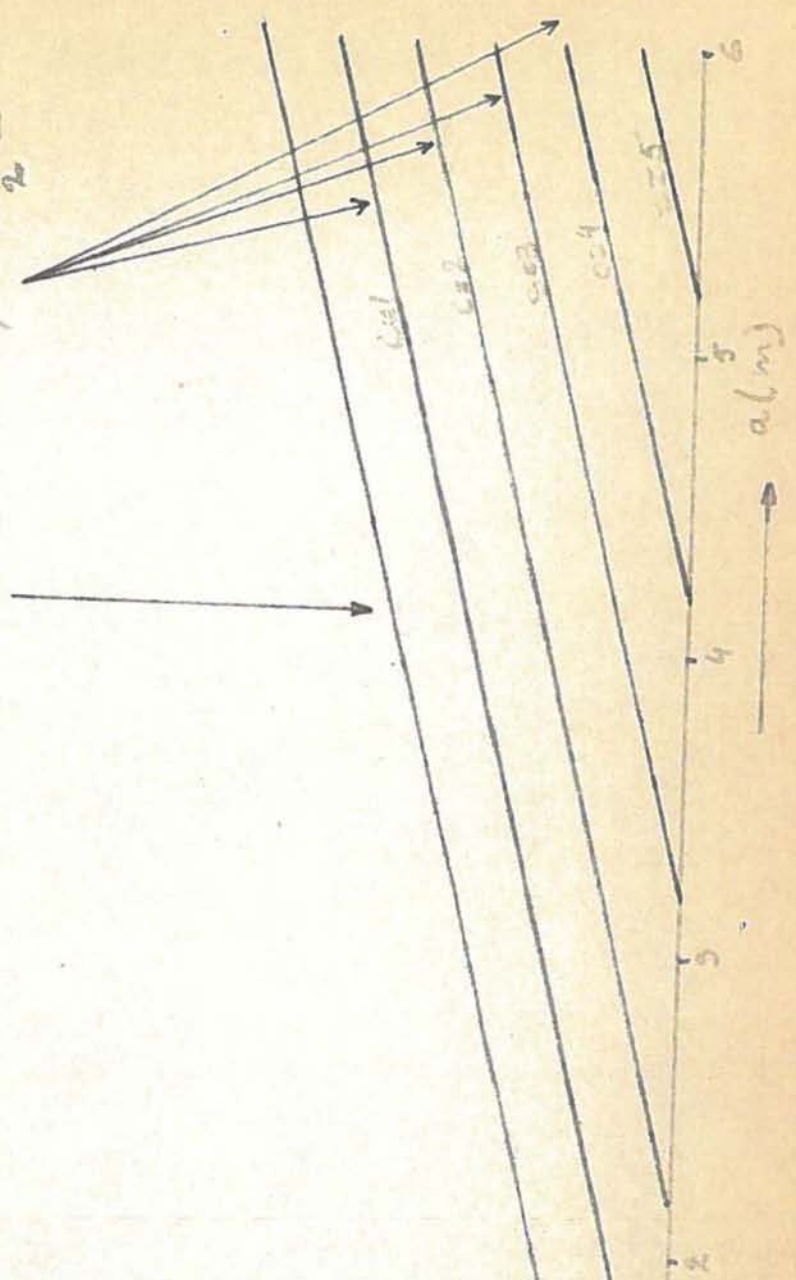
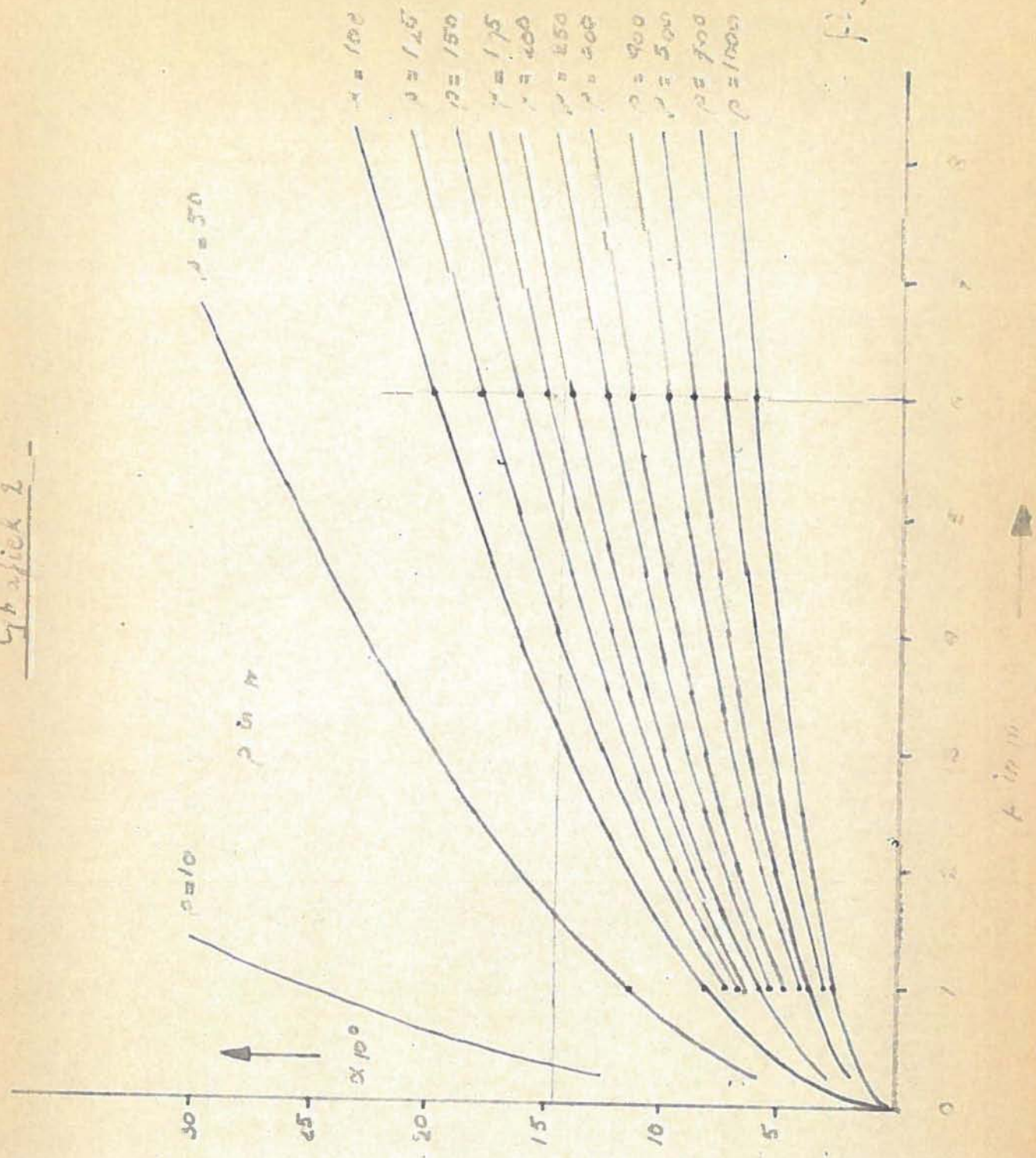


График 2



Graphs

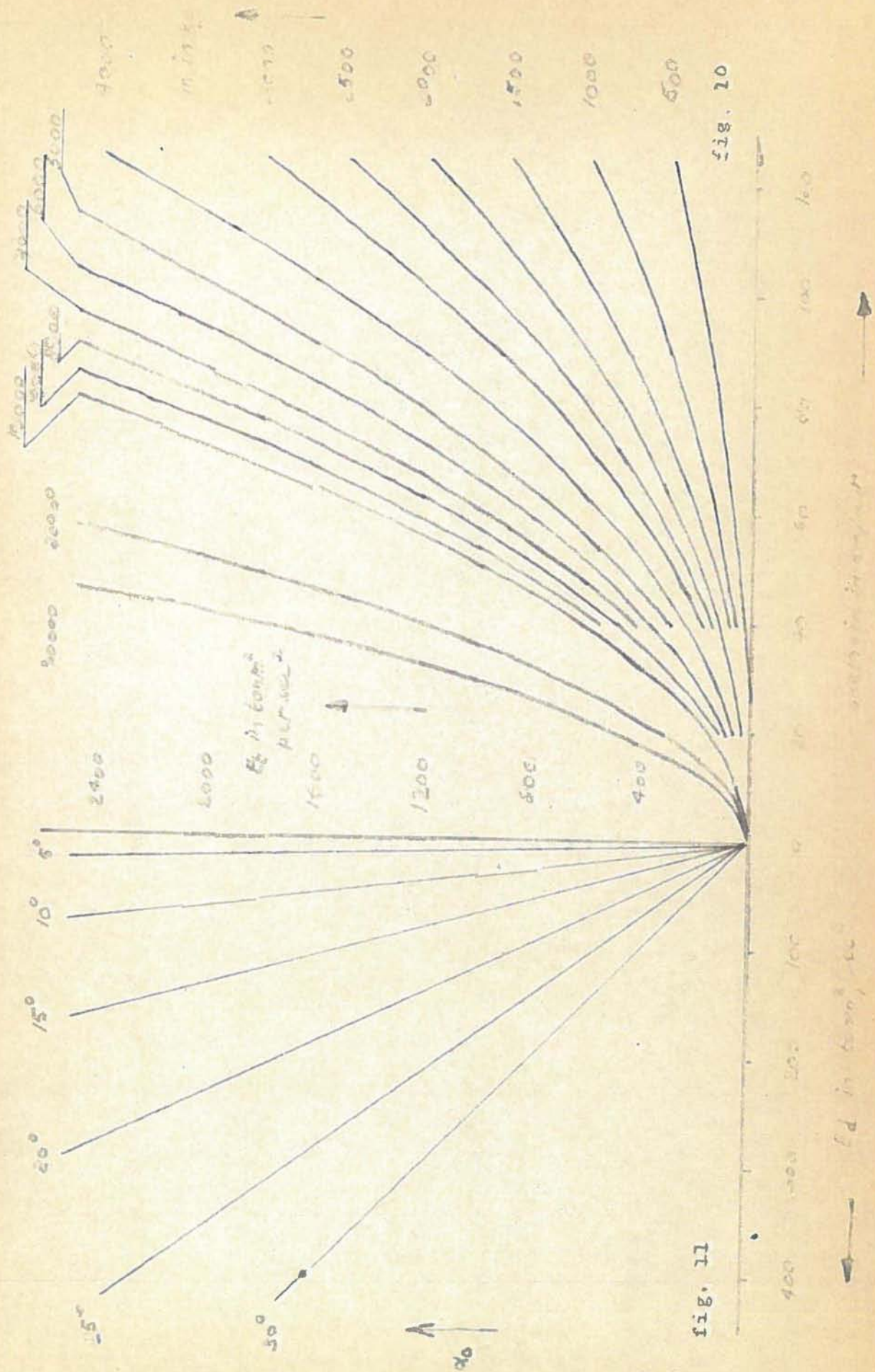
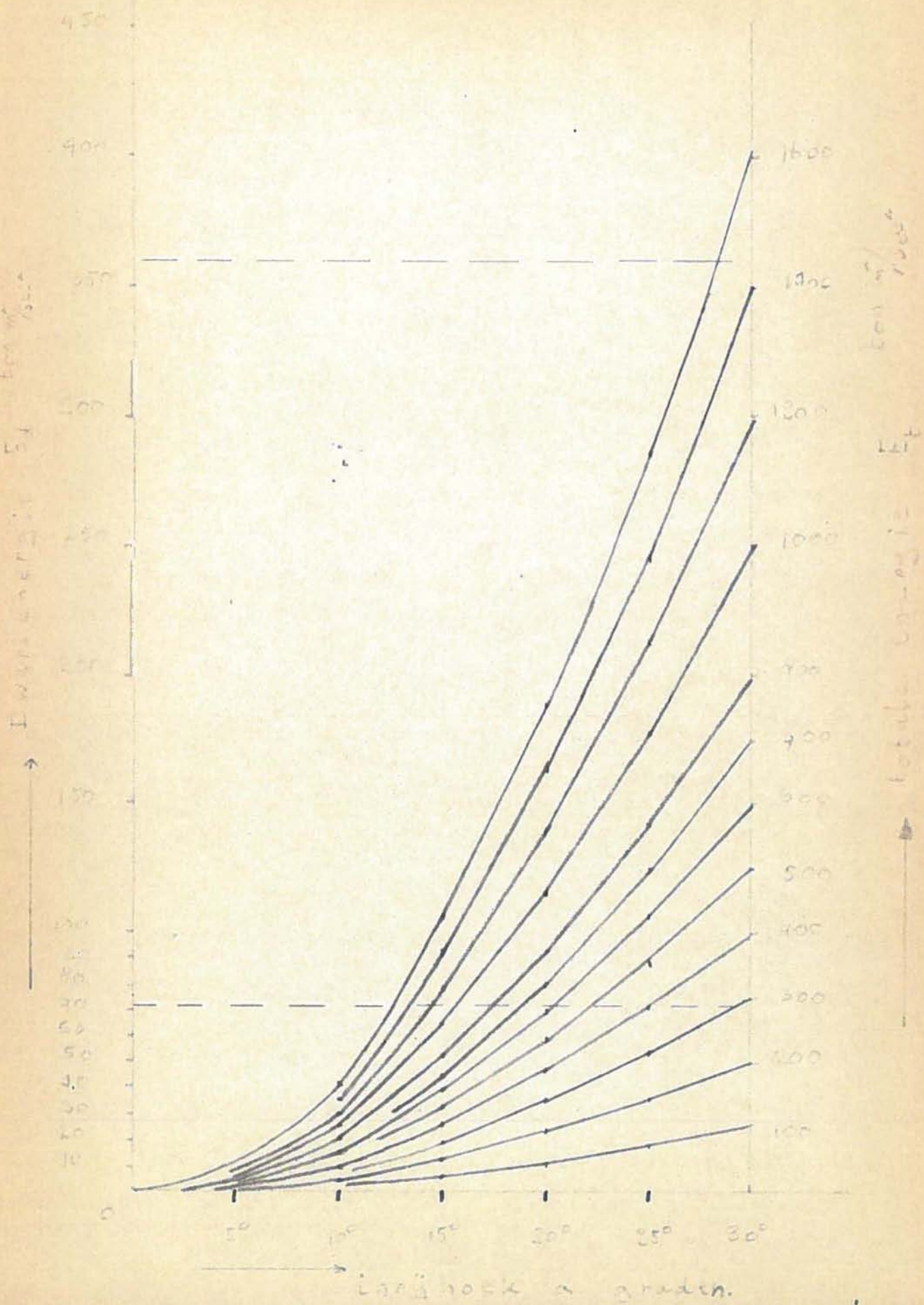


fig. 11

fig. 10

График 4

$$\bar{E}_d = \frac{1}{2} \rho v^2 \sin^2 \alpha = \bar{E}_t \sin^2 \alpha$$



Grafiek 5

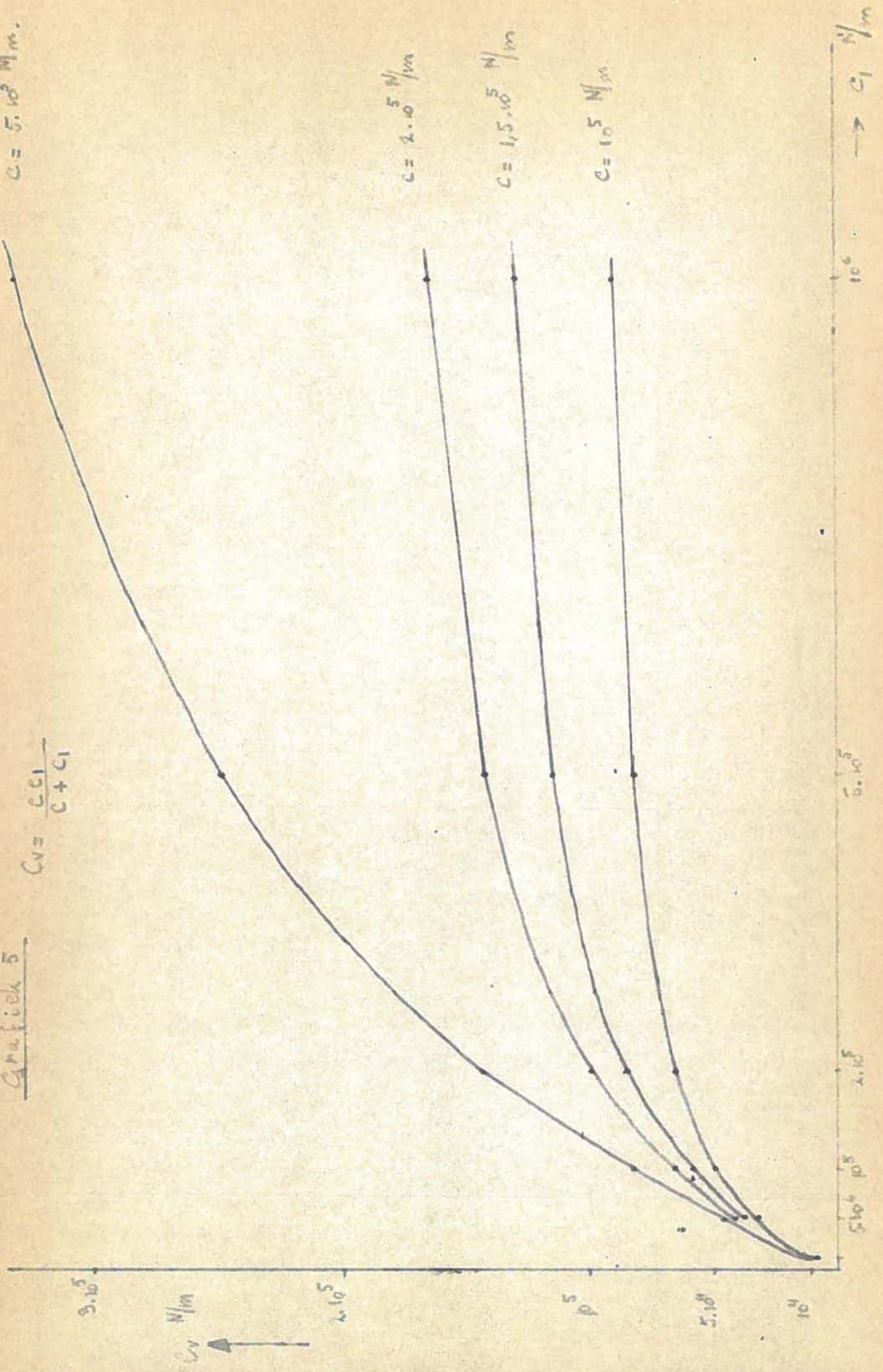
$$C_v = \frac{C \cdot C_1}{C + C_1}$$

$$C = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$C = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

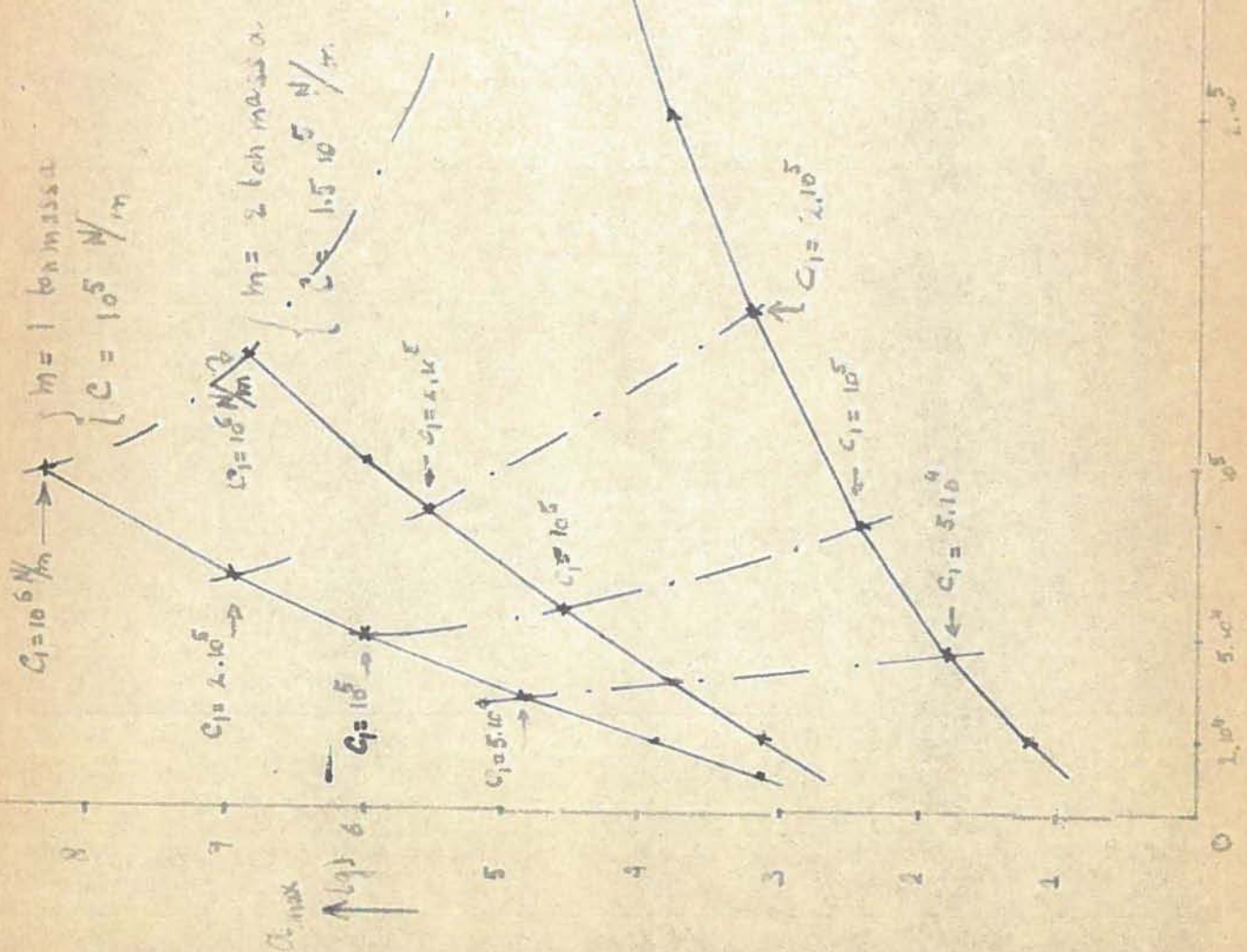
$$C = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$C = 10^5 \text{ N/m}$$



Grafik 6:

$$a_{max} = \sqrt{29} \sqrt{\frac{c_y}{m}} \cdot 10^{-1} \text{ g}$$



1.0⁵ 5.10⁴ 10⁵ 2.10⁵ 5.10⁵ 1.10⁶ → c₁

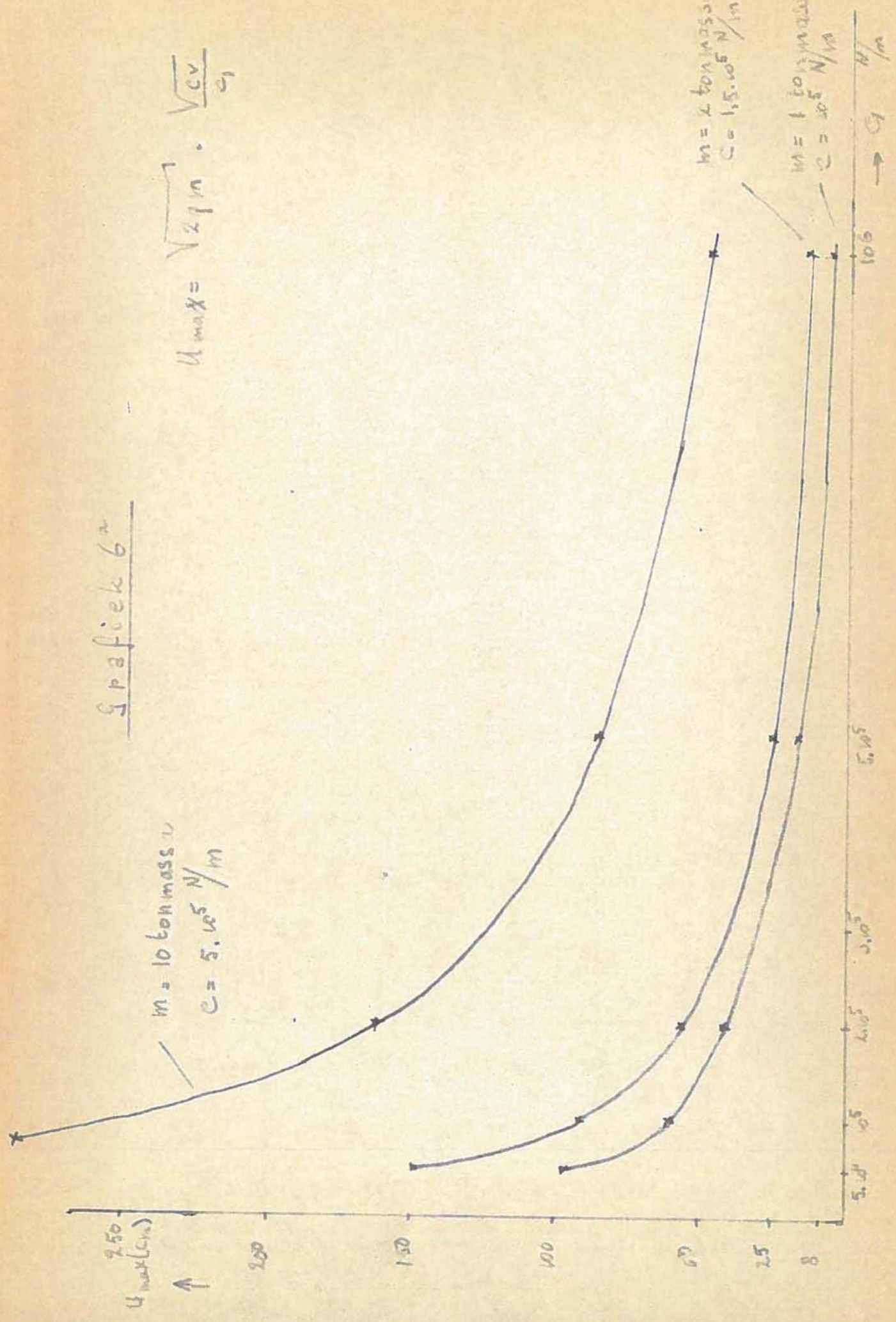
Spafiek 6^a

$$u_{max} = \sqrt{2} \eta \cdot \frac{\sqrt{c v}}{c_1}$$

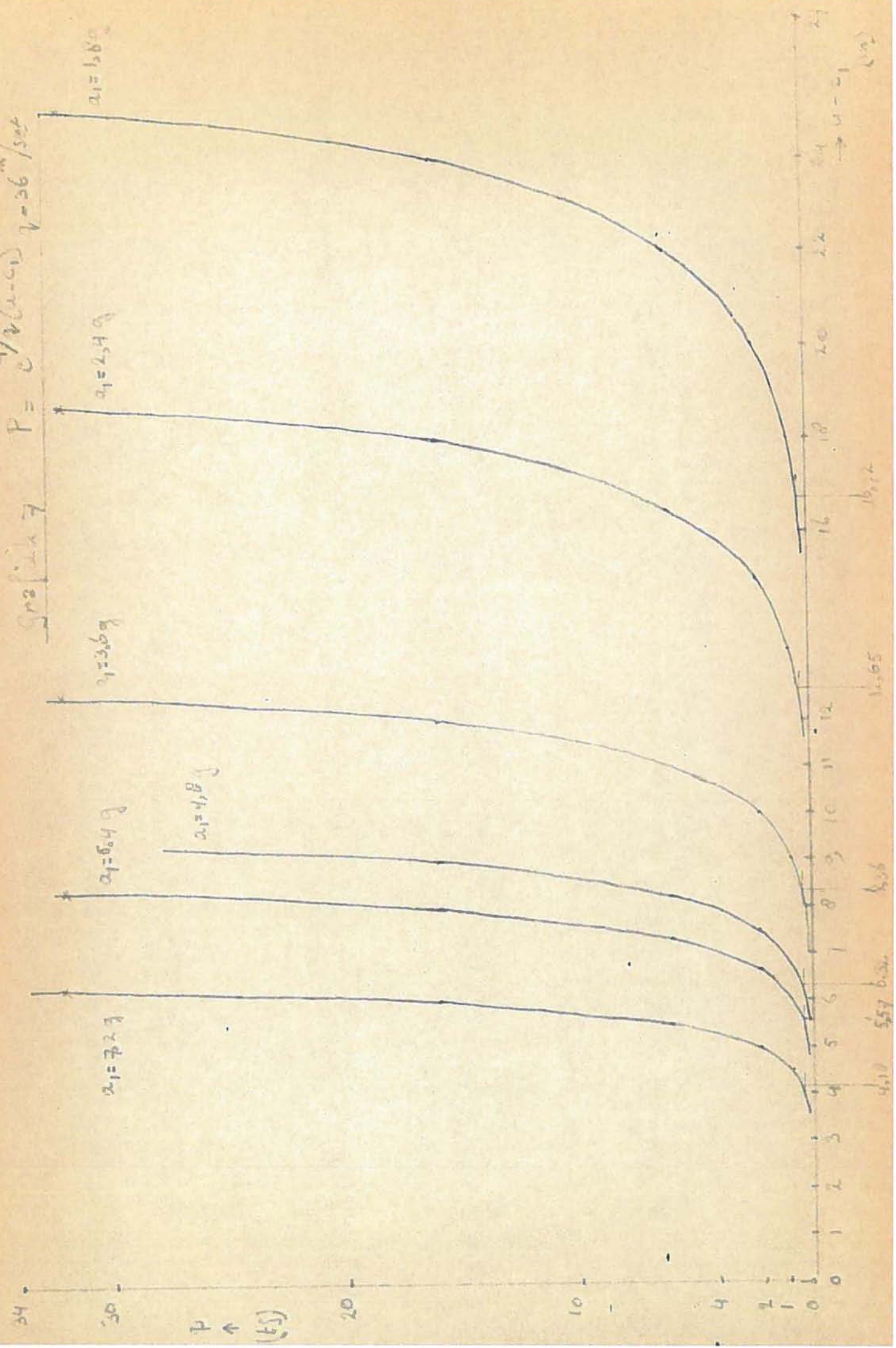
$m = 10 \text{ ton massa}$
 $c = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$

$m = 2 \text{ ton massa}$
 $c = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$

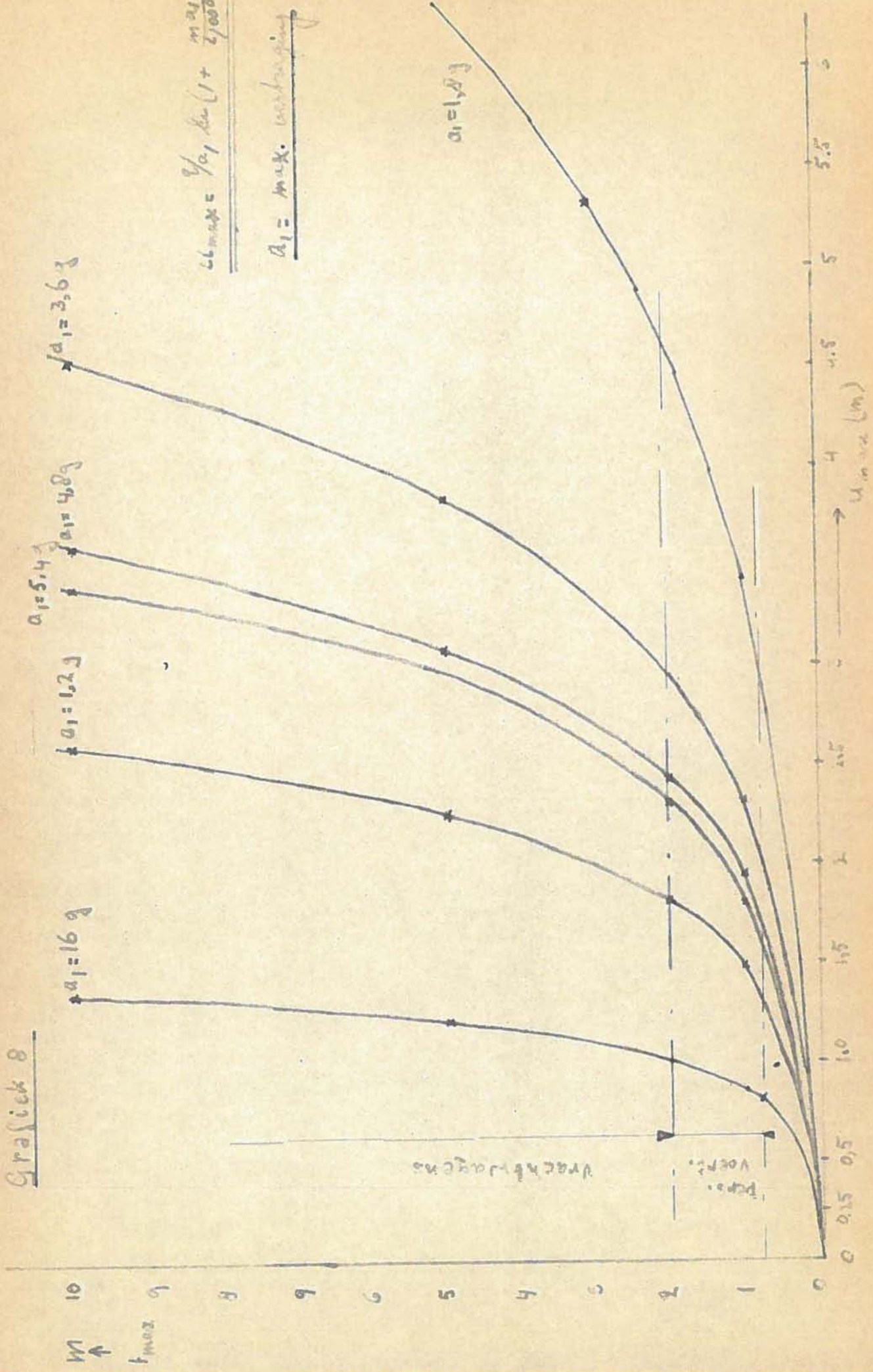
$m = 1 \text{ ton massa}$
 $c = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$



$P = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d$
 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$
 $C_d = 0.47$



Grafick 8



$u_{max} = \frac{1}{a_1} \cdot \frac{m \cdot a_1}{2 \cdot 1000}$

$a_1 = \text{max. vorschwing}$

$a_1 = 1g$

$a_1 = 16g$

$a_1 = 10g$

$a_1 = 4.8g$

$a_1 = 3.6g$

F_{max}

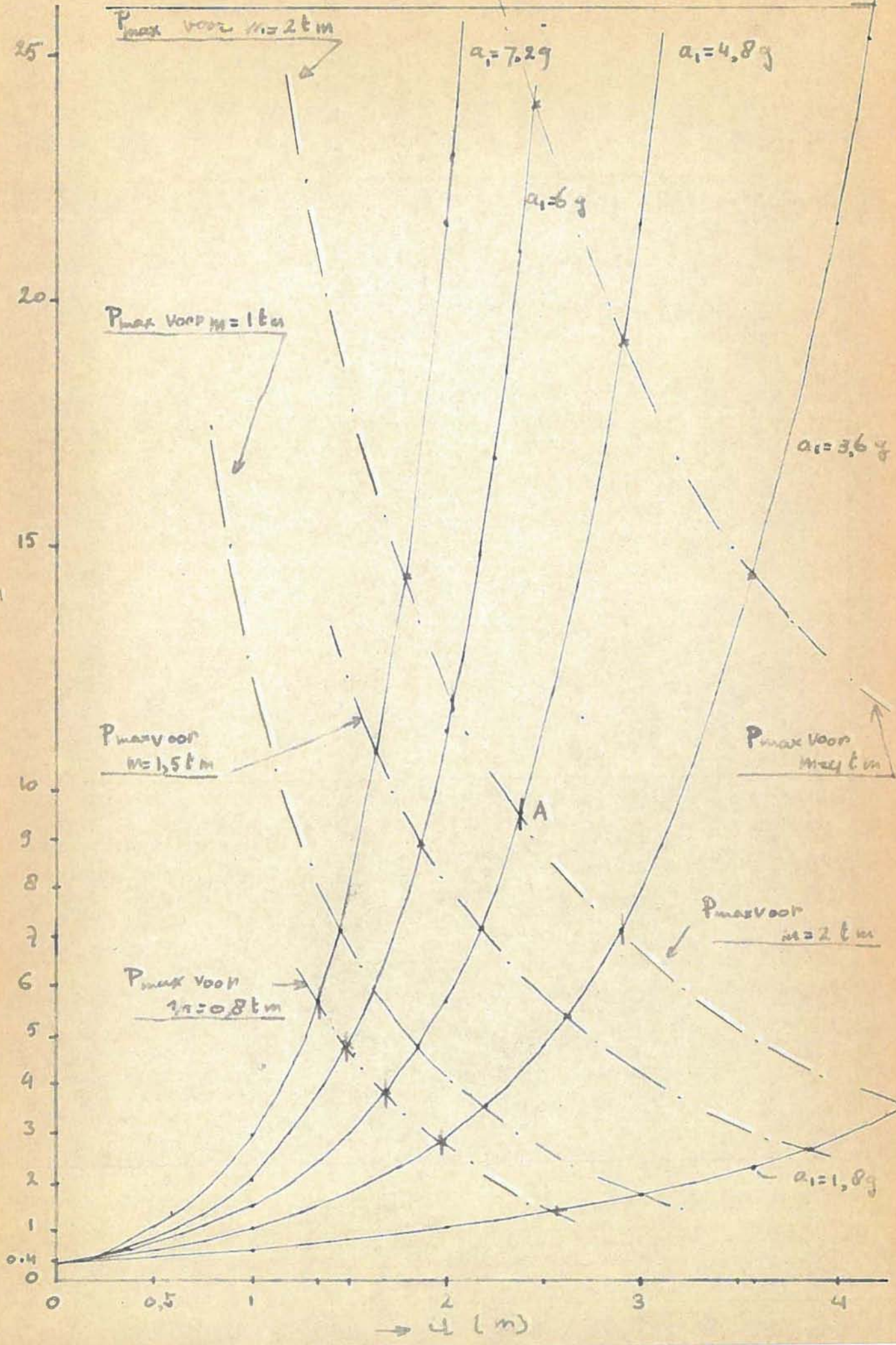
u_{max}

Vrachtblagens

Topp. Vert.

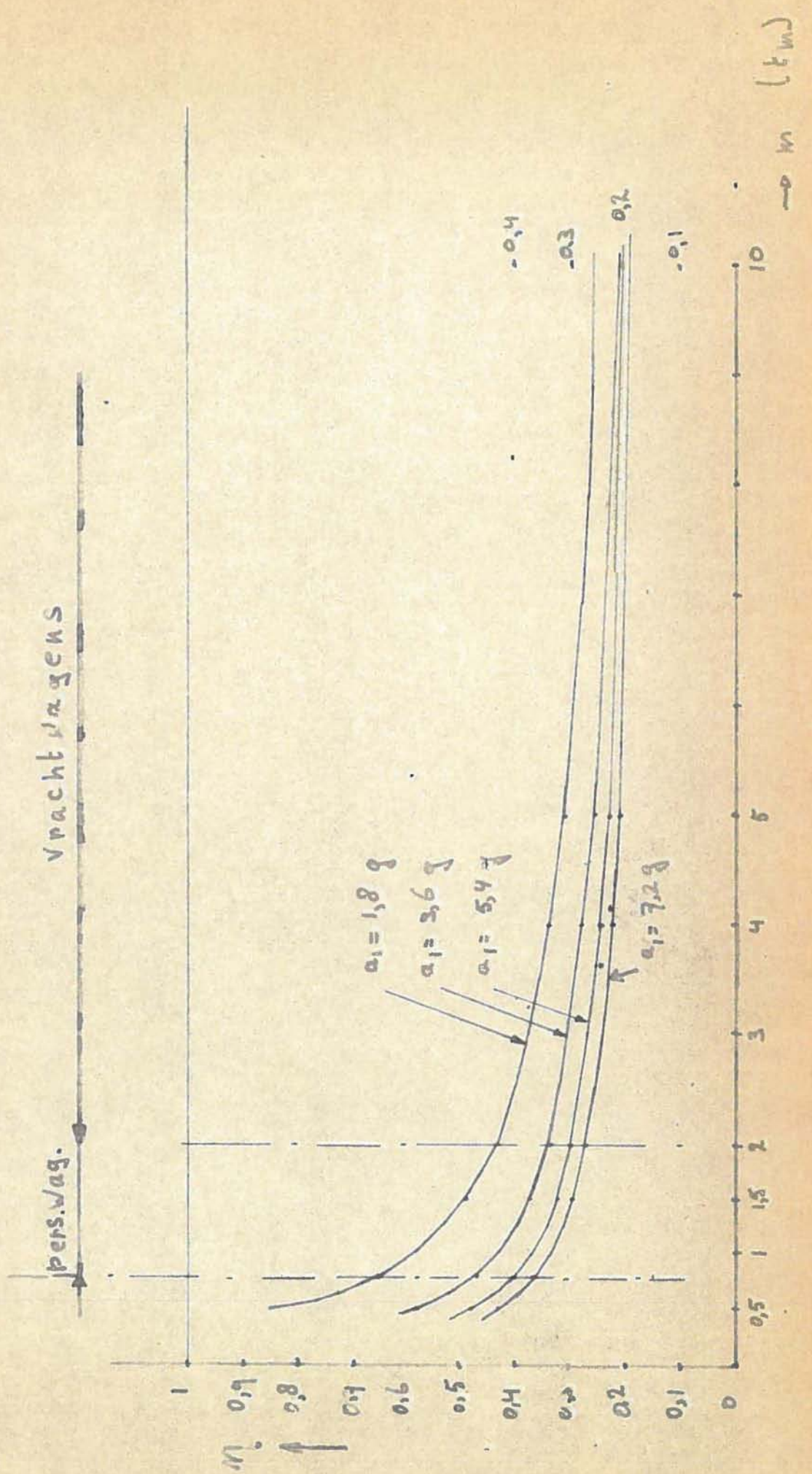
u_{max} (m)

Grafiek g. $P = 4000 e^{g/l^4}$ (Newton) $g = 36 \text{ m}^2/\text{sec}^2$

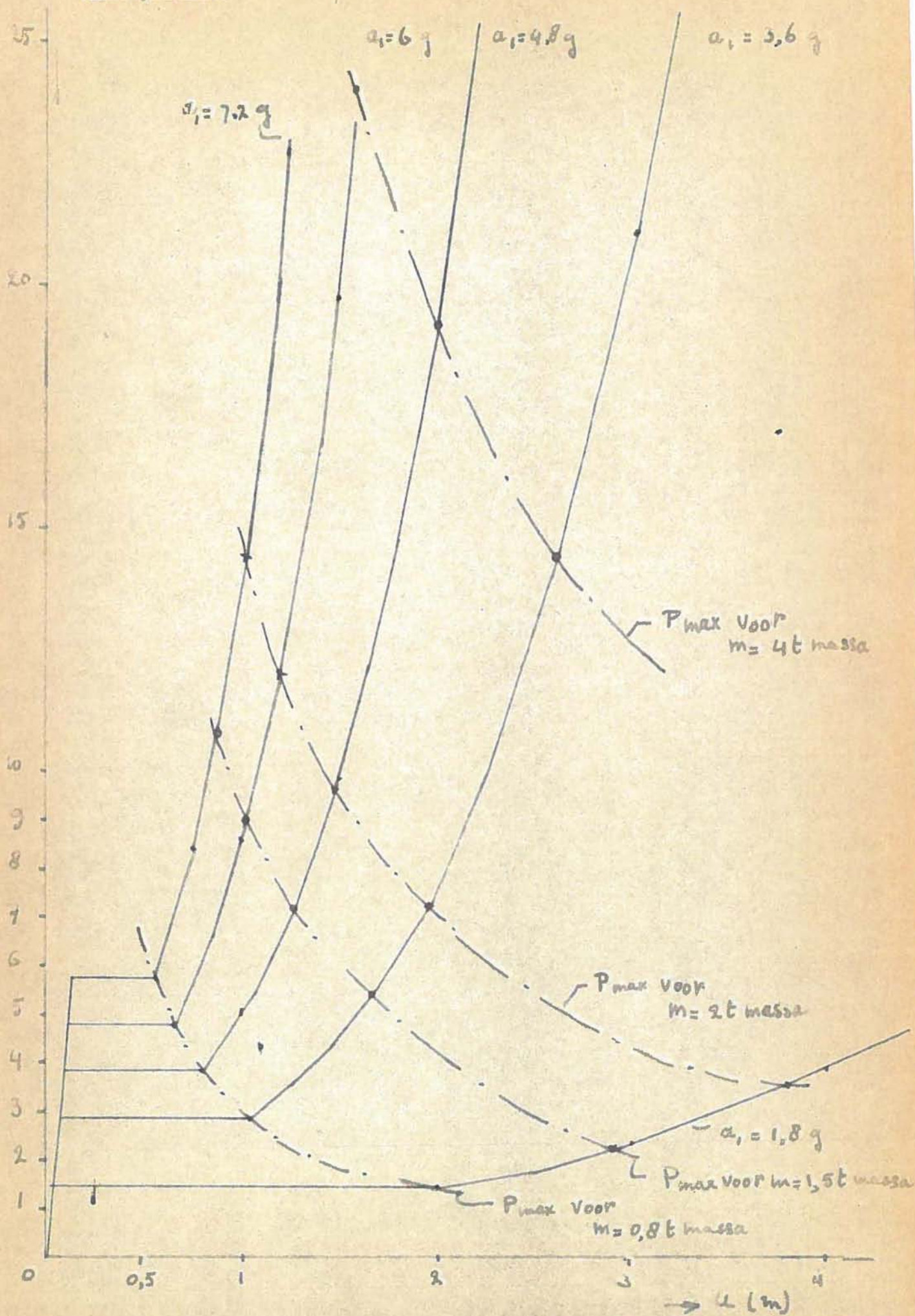


Grafiek 10.

Breedterendement $n = \frac{1}{\ln(1 + \frac{m \cdot a_1}{4000})}$

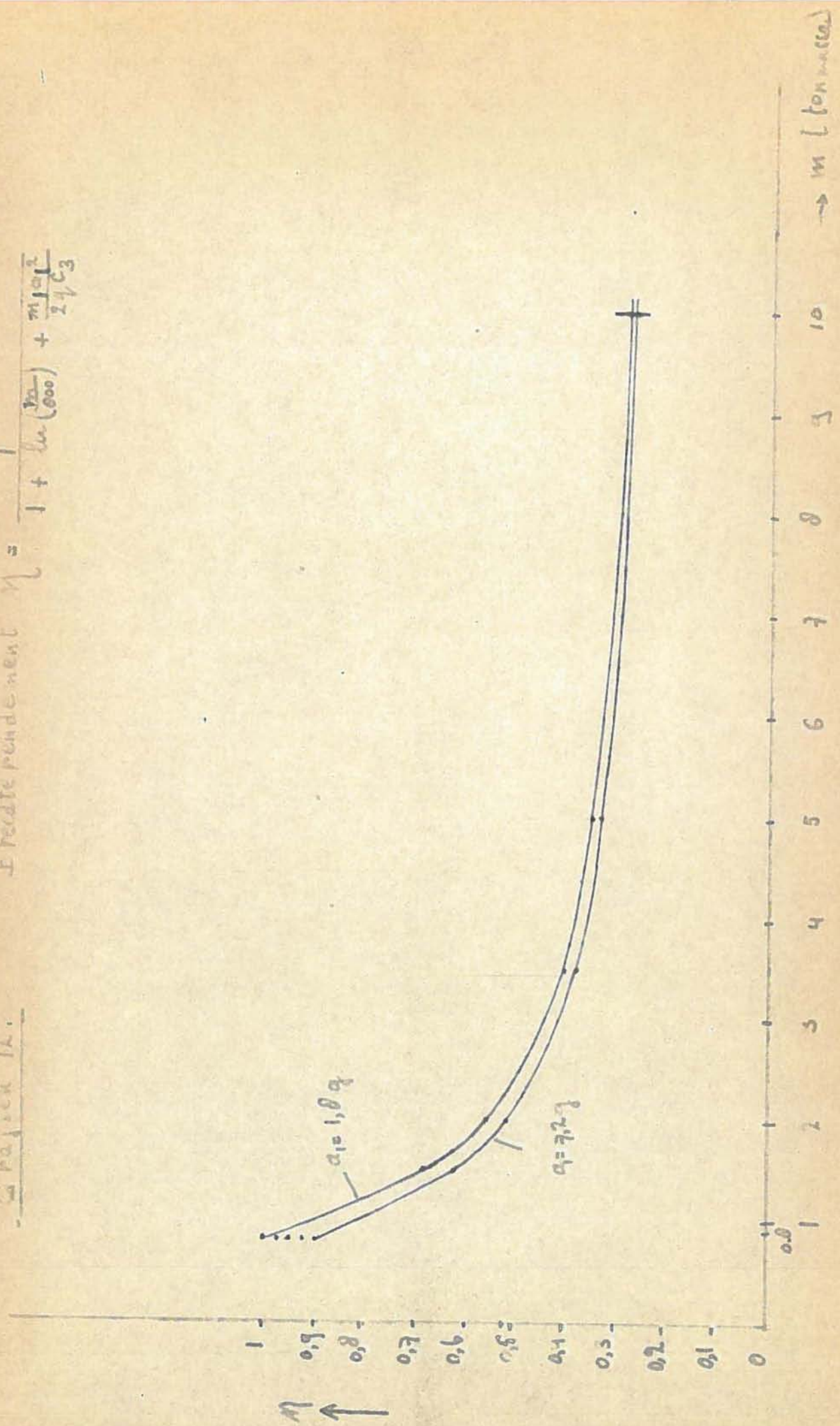


Grafiek II.



Grafiek 12.

Erredependent $\eta = \frac{1}{1 + \ln\left(\frac{m}{1000}\right)} + \frac{m \cdot 10^3}{2.4 \cdot 10^3}$



Grafik 13

$$a_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{c}{m}} \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m}} \quad (45)$$

